

THESES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Georges ROUSSY

Ingénieur E. N. S. E. M.

Licencié ès-Sciences Mathématiques

PREMIÈRE THÈSE : UTILISATION D'UNE CAVITE RESONNANTE EN ONDES
CENTIMETRIQUES POUR DES DETERMINATIONS PRECISES
DE PERMITTIVITE COMPLEXE A FREQUENCE FIXE.

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITION DONNEE PAR LA FACULTE

Soutenues le **13 Février** 1965, devant la Commission d'Examen

Jury :

MM. J. BARRIOL		Président
R. GUILLIEN	}	Examineurs
M. FELDEN		

UDART & CLEMENT

RELIEURS

11, RUE SAINTE-ANNE, 11

TÉLÉPH. 52.80.09 - NANCY



THESES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Georges ROUSSY

Ingénieur E. N. S. E. M.

Licencié ès-Sciences Mathématiques

**PREMIÈRE THÈSE : UTILISATION D'UNE CAVITE RESONNANTE EN ONDES
CENTIMETRIQUES POUR DES DETERMINATIONS PRECISES
DE PERMITTIVITE COMPLEXE A FREQUENCE FIXE.**

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITION DONNEE PAR LA FACULTE

Soutenues le **13 Février** 1965, devant la Commission d'Examen

Jury :

MM. J. BARRIOL Président

R. GUILLIEN
M. FELDEN }Examineurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Doyen : M. AUBRY

Assesseur : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - URION - ROUBAULT

Professeurs honoraires : MM. CROZE - RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHHORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - de MALLEMANN - LONGCHAMRON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - CHEVALLIER - WAHL.

Maîtres de Conférences honoraires : LIENHART - PIERRET

PROFESSEURS

MM.

URION	Chimie biologique	GAYET	Physiologie
DELSARTE	Analyse supérieure	MANGENOT	Phytopathologie
ROUBAULT	Géologie	MALAPRADE	Chimie
VEILLET	Biologie animale	HADNI	Physique
BARRIOL	Chimie théorique	CONVALET	Mécanique phys.
BIZETTE	Physique	KERN	Minéralogie
GUILLIEN	Electronique	BASTICK	Chimie
GIBERT	Chimie physique	DUCHAUFOR	Pédologie
LEGRAS	Mécanique rationnelle	NEEL	Chimie ind. organ.
BOLFA	Minéralogie	GARNIER	Agronomie
NICLAUSE	Chimie	WEPPE	Minéralogie appl.
FAIVRE	Physique appliquée	BERNARD	Géologie appliq.
AUBRY	Chimie minérale	CHAMPIER	Physique
DUVAL	Chimie	REGNIER	Physico-chimie
COPPENS	Radiogéologie	GAY	Chimie biologique
FRUHLING	Physique	WERNER	Botanique
SUHNER	Physique expériment.	CONDE	Zoologie
HILLY	Géologie	STEPHAN	Zoologie
LE GOFF	Génie chimique	EYMARD	Calcul dif. et int.
CHAPON	Chimie biologique	LEVISALLES	Chimie organique
HEROLD	Chimie industrielle	N.	Botanique
SCHWARTZ	Exploit. minière	N.	Physique
		N.	M.M.P.

MAITRES DE CONFERENCES ET PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.

GOSSE	Mécanique physique	MARI	Chimie I.S.I.N.
ROCCI	Géologie	LAFON	Physique I.S.I.N.
VUILLAUME	Psychophysiologie	FELDEN	Phys. theor. et nuc.
Mme BASTICK	Chimie MPC Epinal	FLECHON	M.P.C.
GUDEFIN	Physique	VIGNES	Physique (Mines)
HORN	Physique	Melle HUET	Math. (S.P.C.N)
FRENTZ	Biologie animale	DEVIOT	Physique du solide
Mme HERVE	Math. (Propédeutique)	BLAZY	Minéral. appl. (Géo)
AUROUZE	Géologie	BALESDENT	Thermo. chim. appl.
		JANOT	Phys. MPC. Epinal

SECRETAIRE PRINCIPAL : C. CARON

A V A N T - P R O P O S

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Chimie Théorique de la Faculté des Sciences de NANCY.

Que Monsieur le Professeur BARRIOL veuille bien trouver ici l'expression de notre vive gratitude pour l'accueil qu'il nous a réservé en son laboratoire, l'intérêt et le soutien qu'il nous a manifestés.

Nous sommes particulièrement heureux d'exprimer notre profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur FELDÉN qui a suggéré et dirigé nos recherches. Son assistance et ses conseils nous ont été très précieux.

Nous adressons nos sincères remerciements à Monsieur le Professeur GUILLIEN, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique qui a bien voulu parrainer ces travaux et participer à notre jury de thèse.

Notre reconnaissance va également au Centre National de la Recherche Scientifique pour l'aide matérielle qu'il nous a apportée.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur LEGRAS, Directeur du Centre de Calcul, et Madame ROBAUX. Nous devons à leur obligeance les sous programmes de calcul des fonctions de Bessel de première espèce.

Nous remercions aussi les collaborateurs techniques et tous nos camarades du laboratoire pour leur coopération amicale et généreuse.

TABLE des MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>Chapitre I : RAPPELS THEORIQUES - METHODES DE MESURES</u>	4
A - Vibrations propres d'un résonateur cylindrique	4
1) Fréquences de résonances	4
2) Facteurs de surtension	7
B - Principe général des méthodes de mesure de la permittivité complexe	7
1) Exemple d'une cavité complètement remplie de diélectrique	8
2) Cas d'une cavité incomplètement remplie	9
3) Dispositions expérimentales retenues	10
4) Etude du mode $T.E_{01n}$	11
C - Oscillations forcées d'un résonateur cylindrique	13
1) Couplage	13
2) Courbes de résonance	14
3) Etude de la résonance du mode $T.E_{01n}$ à fréquence fixe	16
4) Mesures du facteur de surtension	17
D - Théories des méthodes de mesure	18
1) Généralités	18
2) Détermination de la permittivité réelle	19
3) Détermination du facteur de perte	23
4) Exploitations des mesures	25
<u>Chapitre II : TECHNIQUE EXPERIMENTALE</u>	28
A - Description du circuit hyperfréquence et de la cavité de mesure	28
1) Circuit hyperfréquence	28
2) Cavité de mesure	29
B - Détermination des volumes	29
1) Mesure des longueurs l_0 , d_n , et ΔL_n	29
2) Précision	33
3) Détermination des données a , b et c	36
C - Etudes des conditions expérimentales	37
1) Stabilité en fréquence	37
2) Stabilité en température	38
3) Réglage et régime du détecteur	38

<u>Chapitre III - RESULTATS et DISCUSSION.-</u>	45
A - Méthode I	45
1) Mesures relatives à des disques en Plexiglas	45
2) Epaisseur critique	46
3) Influence des erreurs de mesure	47
4) Influence de l'état de surface	48
5) Conclusion	50
B - Méthode II	51
1) Résultats	51
2) Difficultés relatives au facteur de surtension	52
3) Etude de la précision	54
4) Conclusion	55
C - Méthode III	56
1) Généralités	56
2) Résultats et précision	57
3) Etalonnage des tubes échantillons	58
4) Conclusion	59
<u>CONCLUSION</u>	60
<u>NOTATIONS</u>	62
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	65

INTRODUCTION

Les propriétés diélectriques d'un milieu isotrope non ferromagnétique, s'expriment à partir de la permittivité complexe ϵ^* qui caractérise la polarisation du milieu soumis à l'action d'un champ électrique. La constante diélectrique varie avec la fréquence du champ appliqué et plusieurs théories cherchent à relier cet effet à la structure de la matière.

Sans nous étendre sur l'importance de l'aspect théorique ⁽¹⁾ que présente la détermination de la permittivité, notamment dans la bande de fréquence comprise entre 8,5 GHz et 12,4 GHz, signalons l'intérêt des travaux effectués par FELDEN ⁽²⁾ puis par DEVIOT ⁽³⁾ au Laboratoire de Chimie Théorique (Faculté des Sciences de Nancy), comme exemple d'application physicochimique. Cette méthode a permis, récemment encore, à RIVAIL ⁽⁴⁾ de préciser le mécanisme de fixation de l'oxygène sur l'oxyde de nickel. On peut espérer que les techniques hyperfréquences seront de plus en plus utilisées dans ce domaine mais il n'en demeure pas moins qu'elles restent délicates.

Une vue d'ensemble des différentes méthodes de mesure a été publiée par plusieurs auteurs dont MONTGOMERY ⁽⁵⁾ et, plus récemment, HARVEY ⁽⁶⁾. La diversité de ces méthodes est due aux différentes valeurs possibles de la constante diélectrique. Rappelons que la partie réelle peut varier de 1 à 1.000 et le facteur de perte ($\text{tg } \delta = \epsilon''/\epsilon'$) de 10^{-5} à 1. Par ailleurs, l'état physique du corps étudié (solide, liquide ou gazeux) intervient de manière importante lors du choix de la technique employée.

En général, la précision n'excède pas quelques pour cent. Cependant, en utilisant la technique des cavités résonnantes, certains auteurs ⁽⁷⁾ ⁽⁸⁾ ont montré qu'elle pouvait

atteindre 0,02 %/°. L'amplification et la sensibilité propres de ces dispositifs sont à l'origine de cette précision remarquable. Deux conditions restreignent malheureusement l'intérêt de cette méthode :

1° - Dans les conditions expérimentales retenues le diélectrique remplit totalement la cavité, il est liquide ou gazeux;

2° - Le matériau présente peu de pertes, en effet, dès que son facteur de perte dépasse 0,001 la fraction de l'énergie qu'il absorbe est trop importante, relativement à l'énergie totale emmagasinée, pour que la mesure soit encore possible.

Ceci justifie le travail que nous avons entrepris et qui a pour objet l'étude d'une méthode précise de mesure de la permittivité à fréquence fixe dans une cavité résonnante incomplètement remplie. De cette manière, on peut étendre son domaine d'utilisation aux solides et remédier à la deuxième difficulté en réduisant le volume de l'échantillon dans le cas de substances à pertes élevées.

Dans un premier chapitre, nous rappellerons quelques généralités relatives aux cavités résonnantes. En examinant le problème propre de la mesure, nous montrerons que le choix des dispositifs possibles est restreint par l'obligation de maintenir constante la fréquence et, aussi, par la nécessité de connaître mathématiquement la répartition du champ électromagnétique à la résonnance.

Initialement, nous avons recommencé à la fréquence de 9 GHz, les expériences réalisées par PENROSE à 25 GHz ⁽⁹⁾. L'échantillon à étudier a la forme d'un disque d'épaisseur moyenne. Ensuite, nous avons développé une méthode dans laquelle l'éprouvette diélectrique introduite a la forme d'une tige cylindrique. Enfin, nous avons étendu cette technique à la mesure de diélectriques liquides ou pulvérulents contenus dans un tube de quartz, l'ensemble étant substitué à la tige cylindrique précédente. Pour ces trois dispositions nous donnerons le principe

de la mesure et présenterons un résumé des calculs correspondants.

Le chapitre II sera consacré à la technique expérimentale. Nous décrirons le montage hyperfréquence ainsi que la cavité de mesure construite au Laboratoire. Nous analyserons les difficultés rencontrées en justifiant les solutions adoptées.

Les résultats obtenus et l'analyse de la contribution respective des diverses sources d'erreurs constitueront l'essentiel du chapitre III.

Nous terminerons en dégageant les possibilités d'utilisation de ces méthodes.

Chapitre I

RAPPELS THEORIQUES et METHODES de MESURE

Rappelons que tout phénomène électromagnétique s'interprète par les équations de Maxwell. Elles permettent, en particulier, de résoudre le problème posé par l'étude des états électromagnétiques de pulsations ω qui sont susceptibles de s'établir dans une cavité métallique complètement fermée. Cette étude des états résonnants est particulièrement intéressante puisqu'ils sont modifiés par l'introduction partielle ou totale d'un diélectrique dans la cavité. Des considérations théoriques permettent de relier les modifications à la permittivité du diélectrique qui en est la cause.

Dans ce travail, nous nous sommes limités à l'étude des cavités cylindriques droites à section circulaire. Pour préciser les éléments nécessaires à la résolution du problème, nous allons, dans ce premier chapitre, rappeler sommairement les résultats essentiels concernant les propriétés électromagnétiques de ces cavités.

A - Vibrations propres d'un résonateur cylindrique.

1 - Fréquences de résonance.

Il peut exister des répartitions électromagnétiques oscillatoires de pulsation ω satisfaisant aux équations de Maxwell en tous points du volume diélectrique et aux conditions aux limites sur la surface métallique fermée. Ce problème n'a de solution que pour une suite infinie de pulsations $\{\omega_\nu | \nu = 1, 2, 3\}$ que l'on appelle pulsations propres. A chacune d'elles correspond une (exceptionnellement plusieurs) répartition du champ électromagnétique appelée mode de vibrations propres ou mode de résonance (10).

Dans le cas d'une cavité cylindrique limitée par une

surface parfaitement conductrice et contenant un diélectrique homogène, isotrope, non ferromagnétique et sans perte, on peut établir le répertoire des modes propres. On est amené, si l'on utilise la méthode de Borgnis ⁽¹¹⁾ à distinguer deux types de solutions caractérisées, en coordonnées cylindropolaires par la valeur des champs axiaux, suivant qu'elle est nulle ou non. Ce sont :

- les modes transverses magnétiques (en abrégé T.M.) pour lesquels $H_z = 0$.

- les modes transverses électriques (en abrégé T.E.) pour lesquels $E_z = 0$.

On peut alors exprimer les composantes axiales non nulles sous la forme d'un développement :

$h_{pn}(r) e^{jp\varphi} e^{j\beta z} e^{j\omega t}$ pour $H_z(r, \varphi, z, t)$ dans le cas des solutions T.E.

$e_{pn}(r) e^{jp\varphi} e^{j\beta z} e^{j\omega t}$ pour $E_z(r, \varphi, z, t)$ dans le cas des solutions T.M.

où $\beta = n\pi/L$ avec p et n deux entiers, L étant la longueur de la cavité. La résolution du problème s'achève par la détermination des fonctions $h_{pn}(r)$, et $e_{pn}(r)$, qui s'identifient aux fonctions de Bessel de première espèce et de seconde espèce à des coefficients multiplicatifs A et B près.

$$h_{pn}(r) = A J_p(kr) + B Y_p(kr)$$

$$e_{pn}(r) = A J_p(kr) + B Y_p^-(kr)$$

avec la condition

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - (\pi n/L)^2 \quad (1)$$

ϵ_0 et μ_0 désignent la permittivité et la perméabilité du vide.

La nécessité physique pour le champ électromagnétique de rester fini pour $r = 0$ exige $B = 0$.

La condition sur la paroi cylindrique ($r = a$) entraîne

- pour les modes T.E. que ak soit l'un des zéros (le $m^{\text{ème}}$ par exemple) de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre p soit $ak = \alpha_{pm}$ (2)

- pour les modes T.H. que ak soit l'un des zéros (le $m^{\text{ème}}$ par exemple) de la dérivée de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre p soit $ak = \alpha'_{pm}$ (2')

En conclusion, à toute suite ordonnée de trois entiers

$$i = (p, m, n \mid \begin{matrix} p \geq 0 \\ m \geq 1 \\ n \geq 1 \end{matrix})$$

on peut faire correspondre deux fréquences angulaires ω_p et ω'_p définies par

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 - (\alpha_{pm}/a)^2 - (\pi n/L)^2 \quad (3)$$

et

$$\omega'^2_p = \omega_{pe}^2 - (\alpha'_{pm}/a)^2 - (\pi n/L)^2 \quad (3')$$

qui répondent à la question. Ce sont les fréquences propres des modes de résonance T.E._{pmn} et T.H._{pmn} respectivement.

Les états électromagnétiques sont définis par les relations

$$\left. \begin{aligned} \text{T.E.}_{pmn} \quad \begin{cases} E_r = -(\pi n/L) \pm J'_p(kr) \cos(p\phi) \sin(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ E_\phi = (\pi n/Lr) \pm J_p(kr) \sin(p\phi) \sin(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ E_z = k^2 \pm J_p(kr) \cos(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_r = (\omega \mu_0 / r) \pm J_p(kr) \sin(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_\phi = \omega \mu_0 \pm J'_p(kr) \cos(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_z = 0 \end{cases} \\ \text{T.H.}_{pmn} \quad \begin{cases} E_r = -(\omega \mu_0 / r) \pm J_p(kr) \sin(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ E_\phi = (\omega \mu_0 / Lr) \pm J'_p(kr) \cos(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ E_z = k^2 \pm J_p(kr) \cos(p\phi) \sin(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_r = (\omega \mu_0 / r) \pm J_p(kr) \sin(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_\phi = \omega \mu_0 \pm J'_p(kr) \cos(p\phi) \cos(\pi n z/L) e^{i\omega t} \\ H_z = 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{array}{l}
 T.E_{pmn} \\
 ka=\alpha'_{pm}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 E_r = -j(\omega\mu_0 p/r) A J_p(kr) \sin(p\varphi) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\
 E_\varphi = -j\omega\mu_0 k A J'_p(kr) \cos(p\varphi) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\
 E_z = 0 \\
 H_r = -(n\pi k/L) A J'_p(kr) \cos(p\varphi) \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\
 H_\varphi = (n\pi p/Lr) A J_p(kr) \sin(p\varphi) \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\
 H_z = -k^2 A J_p(kr) \cos(p\varphi) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t}
 \end{array}
 \right. \quad (4')$$

2 - Facteurs de surtension

La propriété résonnante de la cavité électromagnétique est caractérisée par le facteur de surtension Q_0 (spécifique du mode) que l'on peut définir comme

$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{Energie emmagasinée}}{\text{Energie dissipée par cycle}} \quad (5)$$

les hypothèses admises au paragraphe précédent sont une première approximation de la réalité. En fait, les parois ne sont pas infiniment conductrices et il y a dissipation d'énergie par les courants superficiels. Nous supposons toujours que la présence de ces pertes ne modifie pas de façon appréciable la répartition électromagnétique du mode considéré. On peut alors calculer le numérateur par intégration sur le volume total, de l'énergie emmagasinée par unité de volume et le dénominateur par intégration sur la surface métallique de la puissance perdue par unité de surface. Ces deux quantités sont obtenues à partir des équations des champs du mode considéré.

B - PRINCIPE GENERAL des METHODES de MESURE de la PERMITTIVITE COMPLEXE.

L'introduction d'un échantillon diélectrique de permittivité complexe ϵ^* , dans une cavité, modifie les vibrations propres.

1 - Exemple d'une cavité complètement remplie de diélectrique.

Dans le cas d'une cavité complètement remplie de diélectrique dont la permittivité se réduit à sa partie réelle $k'\epsilon_0$, la modification est la suivante : à chaque fréquence propre ω_0 de la cavité vide correspond, de façon biunivoque, une fréquence propre ω telle que

$$\omega^2 = k' \cdot \omega_0^2 \quad (6)$$

Lorsque la cavité est vide, les seules pertes à faire intervenir sont de nature ohmique dans les parois. Elles contribuent au facteur de surtension Q_0 . Si l'on suppose maintenant que le milieu diélectrique introduit présente des pertes dues à l'hystérésis diélectrique, les facteurs de surtension de chaque mode varient. En admettant encore que la présence de ces pertes supplémentaires ne perturbent pas trop la répartition du champ électromagnétique de l'état propre et qu'elles s'ajoutent simplement à celles de la cavité vide, le facteur de surtension du mode prend la valeur Q définie par la relation

$$1/Q = 1/Q_0 + \operatorname{tg} \delta \quad (7)$$

où $\operatorname{tg} \delta$ est le facteur de perte du diélectrique.

k' et $\operatorname{tg} \delta$ peuvent donc être mesurées à partir des variations des deux paramètres : - fréquence de résonance - et - facteur de surtension -.

Les méthodes de mesure, dont le principe vient d'être rappelé, utilisent en pratique une cavité de référence et une cavité de mesure. Elles sont souvent toutes les deux intégrées dans des asservissements automatiques la mesure est alors instantanée (I2) (I3).

Nous avons dû renoncer à cette technique car la permittivité est déterminée relativement à la variation de fréquence mesurée. On peut cependant maintenir la fréquence fixe en compensant l'influence de l'introduction du diélectrique par une

déformation de la paroi de la cavité et mesurer cette déformation.

Un procédé simple est de réduire la longueur du cylindre à l'aide d'un piston mobile. Le problème qui nous a préoccupé au paragraphe A - 1 - devient alors la recherche des longueurs L qu'il faut donner à la cavité pour obtenir des états électromagnétiques propres susceptibles de s'établir à une fréquence déterminée.

Si l'on considère l'exemple d'une cavité cylindrique vide, il existe une infinité de longueurs L_v solutions

$$v = (p, m, n \mid \begin{array}{l} p \geq 0 \\ m \geq 1 \\ n \geq 1 \end{array})$$

$$(1/L_v)^2 = (1/\pi n)^2 \left[\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - (\alpha_{pm}/a)^2 \right] \quad (8)$$

La valeur de la permittivité d'un diélectrique remplissant totalement une cavité peut donc être liée aux deux déterminations physiques suivantes : sa longueur de résonance L_0 quand elle est vide et sa longueur de résonance L quand elle le contient

$$k' = \frac{(\pi n/L)^2 + (\alpha_{pm}/a)^2}{(\pi n/L_0)^2 + (\alpha_{pm}/a)^2} \quad (9)$$

α_{pm} et n caractérisant le même mode de résonance considéré dans les deux expériences. La partie imaginaire de la permittivité est toujours déduite de la relation 7. Nous montrerons au paragraphe C qu'il est possible aussi de mesurer les facteurs de surtension sans faire varier la fréquence de la source.

2 - La cavité est incomplètement remplie par le diélectrique à étudier.

Si l'échantillon ne remplit pas complètement la cavité, on fait apparaître une surface de discontinuité qui limite les deux diélectriques. Sa présence complique la recherche des longueurs propres du résonateur.

Si le volume de l'échantillon introduit est petit, son influence peut être évaluée comme une perturbation. Pour chaque élément propre dans le cas du résonateur vide, on obtient un élément propre perturbé. Les méthodes de mesure correspondantes⁽¹⁴⁾ sont peu précises en raison de l'erreur relative importante commise sur les dimensions de l'échantillon.

Dans le cas général, la correspondance entre les états propres du résonateur contenant l'échantillon diélectrique et ceux du résonateur vide ne peut être établie. Une première méthode pour les obtenir est de résoudre, par approximations successives, le nouveau système d'équations différentielles. Une manière plus précise est de considérer l'état propre comme la somme d'une série de répartitions convenables (en général solutions de problèmes voisins concernant un diélectrique). Le nombre des termes, les amplitudes des champs et tous les paramètres intervenant sont fixés de sorte que la somme satisfasse aux conditions imposées⁽¹⁵⁾. Une telle détermination de la répartition des champs peut difficilement servir de base à une méthode précise de mesure^{(16) (17)}.

Il est parfois possible d'obtenir un état propre en faisant intervenir simplement, d'une part, un seul mode dans le volume diélectrique numéroté 1 et, d'autre part, un seul mode dans le volume diélectrique numéroté 2 et en ajustant le rapport des intensités des champs de façon à ce que les conditions aux limites sur la surface S commune aux deux diélectriques soient satisfaites. Le plus souvent les deux répartitions élémentaires retenues correspondent à un même mode propre du résonateur vide. Nous qualifierons alors l'état propre obtenu du nom d'état composé et nous le désignerons par la même notation.

Les seules dispositions expérimentales que nous avons considérées appartiennent à ce cas relativement au mode de résonance $T.E_{0ln}$.

3 - Dispositions expérimentales retenues.

Dans la première disposition, qui par la suite est appelée méthode I, l'éprouvette diélectrique a la forme d'un

disque dont le diamètre est celui de la cavité. Ce dispositif (figure 1) a déjà retenu l'attention de divers auteurs (9) (18).

Nous avons aussi considéré (figure 2) des éprouvettes de forme cylindrique placées dans l'axe de la cavité selon toute sa longueur (l'échantillon peut éventuellement percer le couvercle de la cavité). C'est la méthode II.



Figure 1



Figure 2

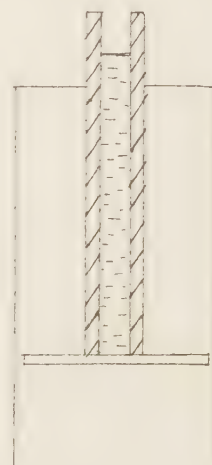


Figure 3

Dispositions expérimentales retenues.

Cette dernière disposition a été, par la suite, légèrement modifiée pour effectuer des mesures sur des substances liquides ou pulvérulentes. Un tube de quartz fermé à l'une de ses extrémités, contient alors la substance et l'ensemble est substitué à la tige cylindrique précédente (figure 3).

4 - Etude du mode $T.E_{0ln}$

La répartition du champ électromagnétique pour le mode de résonance $T.E_{0ln}$ est de révolution. Les seules composantes non nulles ont pour valeur

$$T.E_{0ln} \begin{cases} E_{\varphi} = j \mu_0 \omega k A J'_0(kr) \sin(n\pi z/L_0) e^{j\omega t} \\ H_r = (n\pi/L_0) k A J'_0(kr) \cos(n\pi z/L_0) e^{j\omega t} \\ H_z = k^2 A J_0(kr) \sin(n\pi z/L_0) e^{j\omega t} \end{cases} \quad (10)$$

avec $k = 3,832/a$

Les lignes de champ électrique sont des cercles d'axe z (19). L'intensité est nulle sur l'axe de la cavité et en tout point de la paroi métallique. (figure 4)

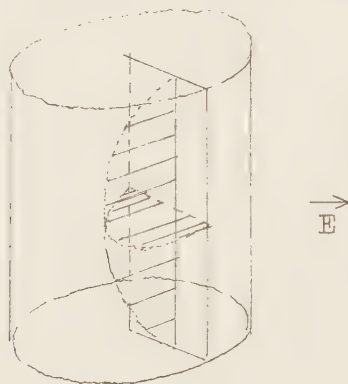


Figure 4

Répartition du champ électrique $\vec{E}$

Les lignes de courant sur les surfaces planes qui limitent le cylindre sont des circonférences d'axe z (figure 5) L'intensité varie avec le rayon r suivant la courbe dessinée (figure 6).



Figure 5

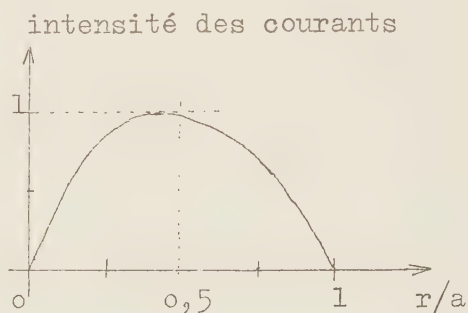


Figure 6

Pour assurer le mouvement du piston il est nécessaire mécaniquement que son diamètre soit légèrement inférieur à celui de la cavité et il apparaît, en conséquence, une discontinuité dans la surface de la cavité. Mais comme aucun courant ne la traverse, elle n'entrave pratiquement pas les oscillations du mode $T.E_{01n}^{(10)}$, alors qu'elle amortit celles de certains autres modes (10) .

C - OSCILLATIONS FORCÉES d'UN RESONATEUR CYLINDRIQUE.

Les oscillations libres que nous avons considérées aux paragraphes précédents peuvent être excitées à une fréquence donnée au moyen d'une ligne de transmission se terminant dans la cavité par un dispositif de couplage. La cavité peut être aussi couplée de façon analogue, à un élément détecteur. Il nous intéresse de montrer comment les indications recueillies par le détecteur se rapportent aux propriétés des oscillations libres et comment, en particulier, on mesure le facteur de surtension. Pour l'obtenir sans faire varier la fréquence de la source, il est nécessaire de savoir expliciter la répartition du champ à la résonance.

1 - Couplage.

Le dispositif de couplage vers le générateur est identique à celui qui est utilisé vers le détecteur. Chacun est réalisé par un trou percé dans la paroi latérale de la cavité (figure 7). Les grands côtés des guides standards de raccord sont parallèles à l'axe de la cavité (19) (20) . Nous avons représenté également les orientations des champs électrique et magnétique que le régime dans le guide impose au voisinage du trou. Cette disposition favorise l'établissement du mode $T.E_{01n}$ dans la cavité (21) .



Figure 7

2 - Courbes de résonance.

L'intensité mesurée par le millivoltmètre (associé au détecteur) varie rapidement lorsqu'on déplace le piston au voisinage de certaines positions. En dehors de ces dernières, l'intensité recueillie est nulle. (figures 8 - 9 et 10). Les positions du piston ainsi mises en évidence correspondent sensiblement aux longueurs L_{γ} données par la formule 8. La courbe (figure 8) est obtenue pour la cavité vide. La position, la largeur et l'intensité maximale de chaque résonance sont modifiées, si l'on introduit dans la cavité un échantillon de diélectrique (figures 9 et 10). Si certaines hypothèses sont vérifiées, on montre que la position correspondant à l'intensité maximale est rigoureusement donnée par la formule 8, et que la largeur ou l'amplitude de la courbe de résonance indique la valeur du facteur de surtension du mode considéré. Ce sont ces conditions que nous allons analyser en considérant l'exemple simple d'une cavité vide.

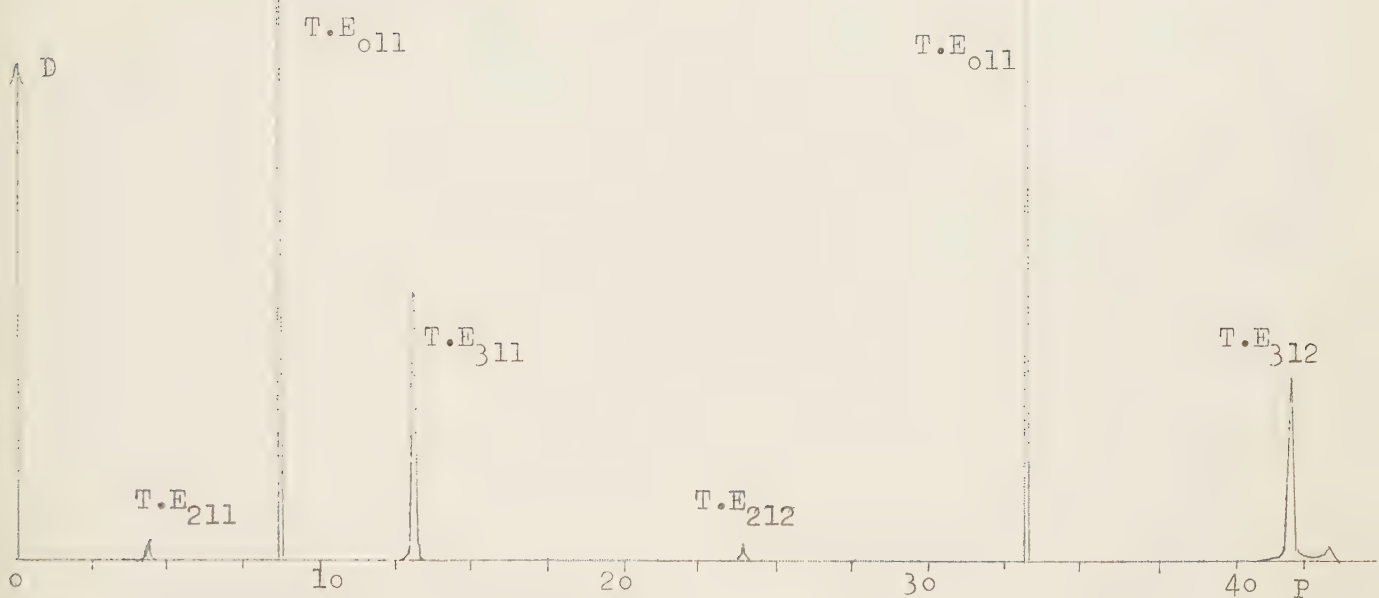


Figure 8 : Résonances de la cavité vide.

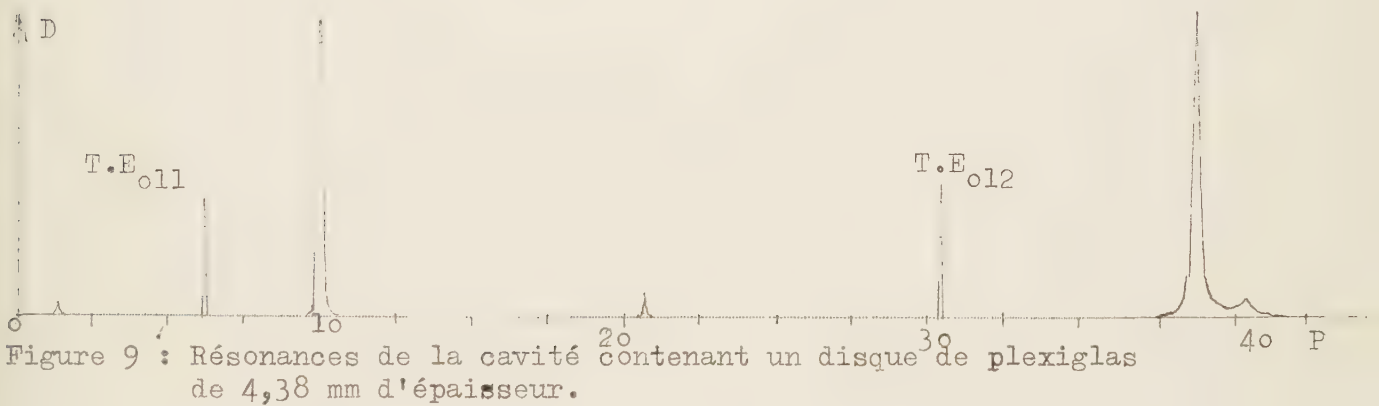


Figure 9 : Résonances de la cavité contenant un disque de plexiglas de 4,38 mm d'épaisseur.

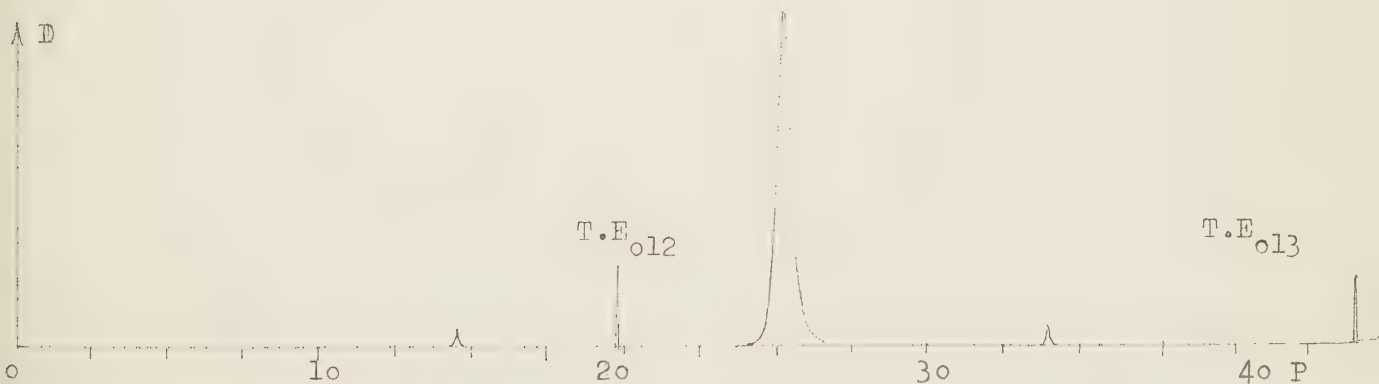


Figure 10 : Résonances de la cavité contenant un disque de plexiglas de 12,34 mm d'épaisseur.

D = Déviation du millivoltmètre

P = Position du piston en millimètres, origine arbitraire.

3 - Etude de la résonance du mode $T.E_{01n}$ à fréquence fixe.

Nous avons montré (22) que le comportement de la cavité en tant qu'élément de circuit hyperfréquence s'étudie simplement à partir de la matrice de transfert $\mathcal{C}$ reliant les amplitudes complexes A_i des ondes sortant de l'hexapole et celles des ondes B_i entrant dans l'hexapole qui se trouve défini par la figure 11.

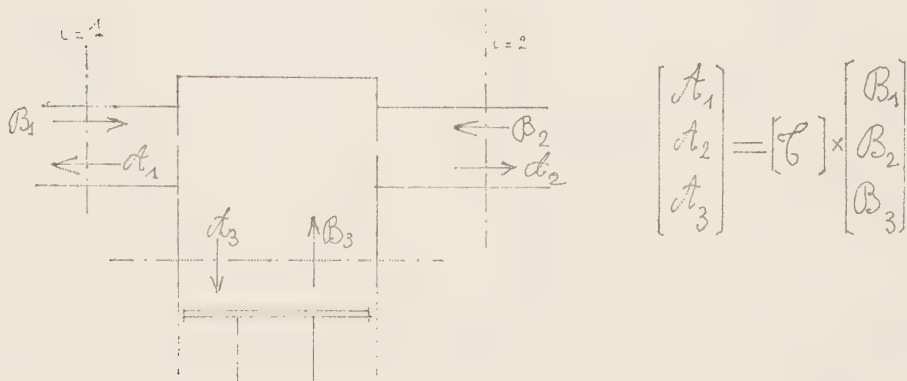


Figure 11

Sans reprendre ici cette étude, on obtient pour expression du facteur complexe de transmission de la cavité, en supposant que le détecteur soit adapté,

$$\frac{A_2}{B_1} = \frac{\mathcal{C}^2}{2\alpha L_0 + 2\gamma + \zeta + j\pi n(\delta l/L_0)} \quad (11)$$

lorsque la longueur de la cavité est $z = L_0 + \delta l$.
Avec les notations.

L_0 longueur de résonance propre du mode $T.E_{01n}$

n indice axial du mode $T.E_{01n}$

$2\alpha L_0 + 2\gamma$ définit les pertes ohmiques

ζ et ν sont deux paramètres qui caractérisent le couplage. En admettant que le transfert d'énergie se fasse sans perte $\zeta = |\nu|^2$

Le module $\left| \frac{A_2}{B_1} \right|$ donne la puissance transmise en fonction de la position du piston au voisinage de la résonance.

4 - Mesures du facteur de surtension.

Les points où la puissance transmise est réduite de moitié sont obtenus pour

$$\delta l = \frac{1}{\pi} (2\alpha L_0 + 2\nu + \zeta) L_0 / \pi$$

et la largeur de bande (à 3db) est

$$\Delta L = (2\alpha L_0 + 2\nu + \zeta) 2L_0 / \pi \quad (12)$$

c'est une mesure absolue des pertes totales de la cavité : le terme $2\alpha L_0 + 2\nu$ correspond aux pertes des oscillations libres et le terme ζ aux pertes de couplage. On voit donc que la surtension propre ($\zeta = 0$) doit être considérée comme une limite supérieure vers laquelle on ne peut s'approcher qu'en renonçant à la mesure même puisque ζ mesure l'énergie prélevée nécessaire.

Cependant, étant donné les conditions expérimentales, le coefficient de couplage ζ est petit (10^{-2}) (22) et nous confondons facteur de surtension propre et facteur de surtension du circuit.

Il convient aussi de remarquer que l'intensité maximale à la résonance est une mesure relative (à cause de ν^2) du facteur de surtension puisque

$$\left| \frac{A_2}{B_1} \right|_{\text{m}}^2 = \left[\frac{|\nu|^2}{2\alpha L_0 + 2\nu + \zeta} \right]^2 = \left[\frac{|\nu|^2 L_0}{\pi \Delta L} \right]^2 \quad (13)$$

Terminons en précisant que le facteur de surtension est obtenu par un calcul de variation. On sait qu'il est lié à la variation $\Delta\omega$ de la source entre les points pour lesquels la

puissance transmise par le résonateur est la moitié de celle à la résonance. Si la condition de résonance s'écrit sous la forme générale

$$f(L, \omega) = 0$$

où L est sa longueur de résonance. A la variation $\Delta\omega$ correspond la variation ΔL telle que

$$\begin{aligned} \Delta L \cdot \left| f'_L(L, \omega) \right| &= \Delta\omega \left| f'_\omega(L, \omega) \right| \\ \text{soit} \quad Q &= \frac{\Delta\omega}{\omega} = \left| \frac{f'_L}{f'_\omega} \right| \frac{\Delta L}{\omega} \end{aligned} \quad (I4)$$

C'est de cette façon que nous obtiendrons la relation liant Q et ΔL pour les trois dispositifs de remplissage.

On peut aussi remarquer qu'au cours de la variation ΔL de la longueur de résonance, le volume de la cavité électromagnétique varie de ΔV et l'énergie moyenne du champ électromagnétique W varie de ΔW (23).

$$\begin{aligned} W &= (1/2) \iiint_V (\mu H^2 + \epsilon E^2) dv \\ \text{mais} \quad \Delta W &= (1/2) \iiint_{\Delta V} (\mu H^2 - \epsilon E^2) dv \\ \text{et} \quad Q &= \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta W}{W} \end{aligned} \quad (I5)$$

Ce dernier résultat nous permettra de vérifier les formules obtenues pour la méthode III, en particulier.

D - THEORIES DES METHODES DE MESURE.

1 - Généralités.

Le principe de la mesure de la permittivité complexe, à fréquence fixe, au moyen d'une cavité résonnante, est lié à notre connaissance de la répartition spatiale du champ électromagnétique. Si on sait l'explicitier mathématiquement, la méthode

ne nécessite aucun étalonnage et on peut :

1° - Calculer la permittivité réelle de l'échantillon à partir des conditions de résonance;

2° - Dédire le facteur de perte à partir du facteur de surtension propre du résonateur;

3° - Déterminer le facteur de surtension à fréquence fixe.

Nous conserverons cet ordre pour présenter les calculs relatifs à chaque méthode qui ont déjà fait l'objet de publications antérieures.

Méthode	Dispositif de mesure	Références Principales
I	Disque	(9)-(18)-(24)
II	Tige circulaire	(25)-(26)
III	Tube contenant la substance	(27)

Les notations utilisées sont rappelées en annexe.

2 - Détermination de la permittivité réelle - Méthode I.

Pour la méthode I l'échantillon est un disque. Il sépare la cavité en deux parties différentes. On peut admettre

à la résonance une distribution de champ de la forme :

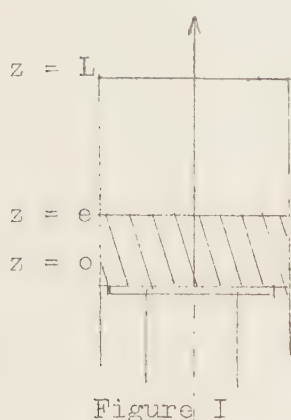


Figure I

$$\begin{aligned}
 & 0 \leq z \leq e \\
 & \begin{cases} H_r = -j(\beta A / \omega \mu_0) J_1(kr) \cos(\beta z) e^{j\omega t} \\ H_z = j(k / \omega \mu_0) A J_0(kr) \sin(\beta z) e^{j\omega t} \\ E_\varphi = A J_1(kr) \sin(\beta z) e^{j\omega t} \end{cases} \\
 & e \leq z \leq L \\
 & \begin{cases} H_r = -j(\beta_0 / \omega \mu_0) B J_1(kr) \cos \beta_0 (L - z) e^{j\omega t} \\ H_z = j(k / \omega \mu_0) B J_0(kr) \sin \beta_0 (L - z) e^{j\omega t} \\ E_\varphi = B J_1(kr) \sin \beta_0 (L - z) e^{j\omega t} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{I6}$$

β et β_0 ne sont plus de la forme $n\pi/L$ mais sont tels que

$$\begin{aligned}
 \beta^2 &= \epsilon \mu_0 \omega^2 - k^2 \\
 \beta_0^2 &= \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - k^2
 \end{aligned} \tag{I7}$$

avec $k = 3,832/a$, pour que les équations de Maxwell, dans le volume, soient vérifiées. De plus, ces paramètres sont liés. En effet, les conditions aux limites sur la surface $z = e$ (les seules qui ne soient pas encore satisfaites) conduisent à deux relations homogènes entre A et B, que l'on peut éliminer, d'où

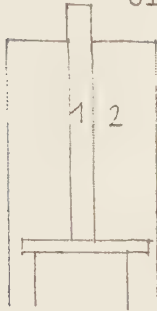
$$\frac{\operatorname{tg} \beta e}{\beta e} = - \frac{\operatorname{tg} \beta_0 (L - e)}{\beta_0 e} \tag{I8}$$

Les trois conditions qui viennent d'être écrites doivent être considérées comme l'équivalent de la relation 9. Il suffit, en conséquence, de mesurer β_0 (ou la longueur de résonance du résonateur vide) pour obtenir le second membre de I8. La permittivité de l'échantillon s'exprime alors à partir de la solution x de l'équation transcendante $\operatorname{tg} x/x = K$ par la formule

$$\epsilon = \epsilon_0 \frac{(x/e)^2 + k^2}{2} \tag{I9}$$

Méthode II.

La répartition du champ électromagnétique est supposée, à la résonance, être la juxtaposition de deux répartitions de forme $T.E_{0ln}$:



pour le milieu 1 $0 \leq r \leq b$

$$H_z = A J_0(k_1 r) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t}$$

$$H_r = -A(n\pi/Lk_1) J_1(k_1 r) \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \quad (20)$$

$$E_\varphi = -jA(\omega \mu_0/k_1) J_1(k_1 r) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t}$$

pour le milieu 2 la solution complète intervient puisque la singularité sur l'axe ne joue aucun rôle.

$b \leq r \leq a$

$$H_z = [B J_0(k_2 r) + C Y_0(k_2 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t}$$

$$H_r = -(n\pi/Lk_2) [B J_1(k_2 r) + C Y_1(k_2 r)] \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \quad (20)$$

$$E_\varphi = -j(\omega \mu_0/k_2) [B J_1(k_2 r) + C Y_1(k_2 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t}$$

Les équations de Maxwell, dans le volume, exigent

$$(n\pi/L)^2 = \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 - k_1^2 \quad (21)$$

$$(n\pi/L)^2 = \varepsilon_2 \mu_0 \omega^2 - k_2^2$$

k_1 et k_2 ne sont pas indépendants. Lorsqu'on écrit les conditions aux limites sur les surfaces d'équation $r = b$, $r = a$, on obtient trois relations homogènes par rapport aux constantes A , B , C ; après élimination de ces dernières il vient

$$\frac{J_1(k_1 b)}{k_1 b J_0(k_1 b)} = \frac{Y_1(k_2 a) J_1(k_2 b) - J_1(k_2 a) Y_1(k_2 b)}{k_2 b [Y_1(k_2 a) J_0(k_2 b) - J_1(k_2 b) Y_0(k_2 a)]} \quad (22)$$

la méthode de mesure est identique à la précédente : on mesure la longueur de résonance L_0 de la cavité vide puis celle L lorsque le résonateur contient la tige. Comme le milieu 2 est de l'air,

$\varepsilon_2 = \varepsilon_0$ on en déduit k_2 donc le second membre de l'équation

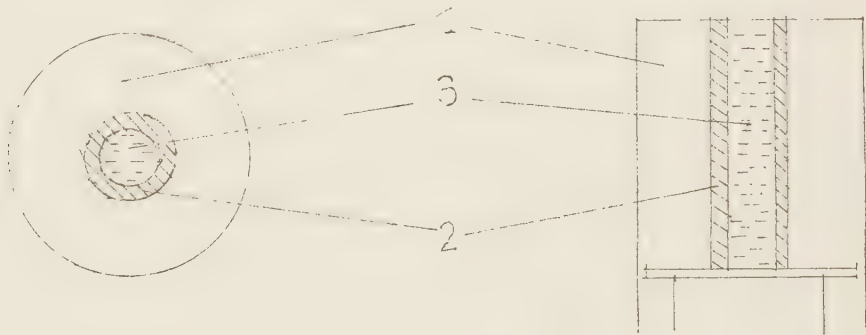
$$\frac{J_1(x)}{x J_0(x)} = K \quad \text{avec } x = k_1 b \quad (22)$$

Il suffit de la résoudre et à partir de la solution x on obtient la permittivité réelle du milieu 1

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \frac{(n\pi/L)^2 + (x/b)^2}{(n\pi/L)^2 + k_2^2} \quad (23)$$

Méthode III.

Dans le cas de la méthode III le raisonnement est identique au précédent



La répartition initiale a pour forme

$$\begin{aligned} 0 \leq r \leq c & \begin{cases} H_z = A J_0(k_3 r) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ H_r = -(n\pi/Lk_3) A J_1(k_3 r) \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ E_\varphi = -j(\omega \mu_0/k_3) A J_1(k_3 r) \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \end{cases} \\ c \leq r \leq b & \begin{cases} H_z = [B J_0(k_2 r) + C Y_0(k_2 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ H_r = -(n\pi/Lk_2) [B J_1(k_2 r) + C Y_1(k_2 r)] \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ E_\varphi = -j(\omega \mu_0/k_2) [B J_1(k_2 r) + C Y_1(k_2 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \end{cases} \\ b \leq r \leq a & \begin{cases} H_z = [D J_0(k_1 r) + E Y_0(k_1 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ H_r = -(n\pi/Lk_1) [D J_1(k_1 r) + E Y_1(k_1 r)] \cos(n\pi z/L) e^{j\omega t} \\ E_\varphi = -j(\omega \mu_0/k_1) [D J_1(k_1 r) + E Y_1(k_1 r)] \sin(n\pi z/L) e^{j\omega t} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

Pour satisfaire les équations de Maxwell dans le volume, il faut

$$(n\pi/L)^2 = \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 - k_1^2 = \varepsilon_2 \mu_0 \omega^2 - k_2^2 = \varepsilon_3 \mu_0 \omega^2 - k_3^2 \quad (25)$$

k_1 , k_2 et k_3 sont liés par une relation

$$\frac{J_1(k_3 c)}{k_3 c \cdot J_0(k_3 c)} = \frac{\mu T Q - v P W}{\mu V Q - v P X} (1/nv) \quad (26)$$

Le procédé pour obtenir ε_3 se calque point par point sur le précédent : de la mesure de L_0 et de L , ε_2 et ε_1 étant connus on déduit k_1 et k_2 d'où le second membre de la relation précédente. A partir de la solution x de l'équation $J_1(x)/xJ_0(x) = K$ on obtient

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_0 \frac{(n\pi/L)^2 + (x/c)^2}{(n\pi/L)^2 + k_1^2} \quad (27)$$

3° - Détermination du facteur de perte dans le cas des trois méthodes.

De chaque répartition du champ électromagnétique et compte tenu des conditions supplémentaires liant les paramètres y figurant

relations I7 - I8 pour la méthode I

relations 2I - 22 pour la méthode II

relations 25 - 26 pour la méthode III,

on obtient par intégration l'énergie emmagasinée dans les différents diélectriques. On déduit aussi les pertes dues à l'hystérèse diélectrique et les pertes de conductibilité sur la paroi du résonateur. On peut alors exprimer le facteur de surtension. Les pertes de conductibilité font intervenir l'épaisseur de l'effet de peau qui caractérise la résistance par unité de surface de la paroi. Pour l'obtenir il suffit de considérer le facteur de surtension du résonateur vide.

En définitive pour les trois méthodes le facteur de

perte du diélectrique étudié est donné par une relation de la forme

$$\operatorname{tg} \delta = (\bar{A}/Q) - (\bar{B}/Q_0) - \bar{C} \operatorname{tg} \delta_2 \quad (28)$$

ou $\bar{A}$, $\bar{B}$ et $\bar{C}$ sont des coefficients qui tiennent compte des dimensions géométriques des différents volumes.

En reprenant le raisonnement présenté au chapitre I - paragraphe C - 4, page 18, on calcule le facteur de surtension à partir de la largeur de bande à 3 dB du résonateur. Pour cela on différencie totalement les conditions de résonance rappelées ci-dessus et l'on exprime le rapport $\frac{\delta L}{\delta \omega}$ en éliminant les différentielles des autres paramètres. On obtient, dans le cas du résonateur vide

$$Q_0 = \frac{\beta_0^2 + k^2}{\beta_0^2} \frac{\Delta L_0}{L_0} \quad (29)$$

- pour la méthode I

$$Q = \frac{\beta^2 + k^2}{2\beta_0^2} \left[P(2e - S) + (2L - 2e - R)\epsilon_0/\epsilon \right] \quad (30)$$

- pour la méthode II

$$Q = \frac{\beta^2 + k_2^2}{\beta^2} \left[1 + \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0} m^2 \frac{T}{S} \right] \frac{\Delta L}{L} \quad (31)$$

- pour la méthode III

$$Q = \beta^2 \frac{\sum_{i=1}^3 (M_i/k_i^2)}{\sum_{i=1}^3 M_i(\beta^2 + k_i^2)/k_i^2} \frac{\Delta L}{L} \quad (32)$$

Il suffit de substituer ces valeurs dans la relation (28) pour obtenir l'expression définitive du facteur de perte du diélectrique étudié :

- méthode I

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\beta_0^2}{P(2e - S)(\beta^2 + k^2)} \left\{ \Delta L - \frac{k^2 [P(2e - S) + 2L - 2e - R] + 2a [\beta^2 + \beta_0^2] \Delta L_0}{2(L_0 k^2 + 2a\beta_0^2)} \right\} \quad (33)$$

- méthode II

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{k_1^2}{(\beta^2 + k_1^2)TL} \left\{ \frac{\beta^2 a^2 S}{x^2} \Delta L - \frac{2a\beta_0^2}{2a\beta_0^2 + L_0 k^2} \left(\frac{2L}{a\pi^2} + \frac{\beta^2 a^2 S}{x^2} \right) \Delta L_0 \right\} \quad (34)$$

- méthode III

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{k_3^2}{(\beta^2 + k_3^2)IM_3} \left\{ \beta^2 \left[\frac{M_1}{k_1^2} + \frac{M_2}{k_2^2} + \frac{M_3}{k_3^2} \right] \Delta L - \frac{a\beta_0^2}{2a\beta_0^2 + L_0 k^2} \left[aIZ_0^2(u) + 2\beta^2 \left(\frac{M_1}{k_1^2} + \frac{M_2}{k_2^2} + \frac{M_3}{k_3^2} \right) \right] \Delta L_0 - IM_2(\beta^2 + k_2^2) \operatorname{tg} \delta_2 / k_2^2 \right\} \quad (35)$$

4° - Exploitation des mesures.

Tous les calculs sont faits sur l'Ordinateur I.B.M. 650 de l'Université de Nancy, à une précision relative toujours supérieure à $\pm 5 \cdot 10^{-6}$.

Le langage utilisé est le "Code de Programmation - Virgule flottante - Simple précision"; tout nombre y est représenté par huit chiffres significatifs.

Un premier point délicat est de calculer sur machine, avec une précision suffisante, les fonctions de Bessel de première

et de seconde espèce pour toutes les valeurs de l'argument t .

Nous avons utilisé pour les fonctions de Bessel de première espèce, d'ordre s ($= 0$ et 1) la formule

$$J_s(t) = (1/\pi) \int_0^\pi \cos(s\theta - t \sin \theta) d\theta. \quad (36)$$

Selon une méthode classique, on substitue à la fonction à intégrer, un polynôme dont le degré varie avec l'argument t et avec l'ordre s de la fonction à calculer ⁽²⁸⁾.

Les fonctions de Bessel de seconde espèce, d'ordres 0 et 1 ont été programmées à partir de leur développement en série entière:

$$\pi Y_0(t) = 2(\gamma + \text{Log } t) J_0(t) - 2 \sum_{m=1}^{+\infty} (-1)^m \frac{(t/2)^{2m}}{(m!)^2} h_m \quad (37)$$

$$\pi Y_1(t) = 2(\gamma + \text{Log } t) J_1(t) - \frac{2}{t} - \sum_{m=0}^{+\infty} (-1)^m \left(\frac{t}{2}\right)^{2m+1} \frac{h_m + h_{m+1}}{(m!)(m+1!)} \quad (38)$$

avec $\gamma = -0,5772156649$ et $h_m = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m}$

La relation :

$$J_0(t) \cdot Y_1(t) - Y_0(t) \cdot J_1(t) = 2/\pi t. \quad (39)$$

se vérifie à 10^{-7} près. Cette précision peut être retenue comme précision de calcul des quatre fonctions.

Pour obtenir la partie réelle de la permittivité du matériau, il faut résoudre une équation transcendante du type

$$f(x) = K$$

K est déterminé à partir des mesures l_0 et d_n et des données. La fonction $f(x)$ a pour expression $\text{tg}x/x$ ou $J_1(x)/x J_0(x)$ respectivement pour les méthodes I ou II et III. La solution à choisir est indiquée par l'ordre de grandeur du résultat (s'il n'est pas connu, il suffit de répéter la mesure avec un volume de l'échan-

tillon légèrement différent pour lever l'indétermination).

Un deuxième point est le choix de la racine de l'équation ayant un sens physique. On calcule d'abord à partir d'une valeur approchée ε^0 du résultat, la valeur x^0 et celle K^0 que prendraient x et K pour la valeur $\varepsilon = \varepsilon^0$. Suivant les signes de K et du produit $K.K^0$, x^0 est comparé à une suite de nombres fixés à l'avance. On repère ainsi la branche de la courbe sur laquelle se trouve x . Le point de départ de l'itération (méthode de Newton) est choisi au voisinage de l'asymptote verticale du côté ^{qui} correspond à la branche retenue. La suite des points de l'itération est alors une suite monotone. Le test de fin d'itération est très simple; on évite de plus de changer de détermination en cours de calcul.

En résumé, il est nécessaire de connaître avec précision :

i) le rayon a de la cavité et pour la méthode III le rayon extérieur b et la constante diélectrique complexe ε_2^* de l'enveloppe.

ii) une dimension de l'échantillon : l'épaisseur e du disque, ou le rayon de l'éprouvette b dans la méthode II ou pour la méthode III le rayon intérieur c de l'enveloppe.

La cavité étant vide, on mesure la distance l_0 entre les résonances $T.E_{011}$ et $T.E_{012}$; on en déduit le facteur de propagation β_0 pour la cavité vide ($\beta_0 = \pi/l_0$).

On cherche ensuite le déplacement d_n qu'il faut faire subir au piston pour retrouver la résonance de numéro axial n lorsque l'éprouvette a été introduite.

Chapitre II

TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Après avoir rapidement présenté le matériel classique utilisé, nous décrirons en détail la cavité de mesure que nous avons réalisée, avec beaucoup de soin, car la précision des résultats en dépend. Un autre facteur important est la mesure précise des déplacements du piston et des dimensions du volume diélectrique, c'est ce que nous envisagerons dans le deuxième paragraphe. Enfin, dans la dernière partie, nous justifierons certaines conditions de stabilité, nous examinerons les réglages essentiels et quelques précautions qu'il est utile de prendre pour obtenir de bons résultats.

A - Description du circuit hyperfréquence et de la cavité de mesure.

1 - Circuit hyperfréquence.

Le montage est très simple (figure I2). La source est un klystron Varian X I3. Il alimente la cavité de mesure C par l'intermédiaire d'un atténuateur A et de deux lignes unidirectionnelles Lu. Le détecteur à cristal D suit immédiatement la cavité de mesure. L'ensemble coupleur directif Cd, atténuateur A₁, ondemètre O, et détecteur D₁ permet de contrôler en permanence la fréquence du klystron.

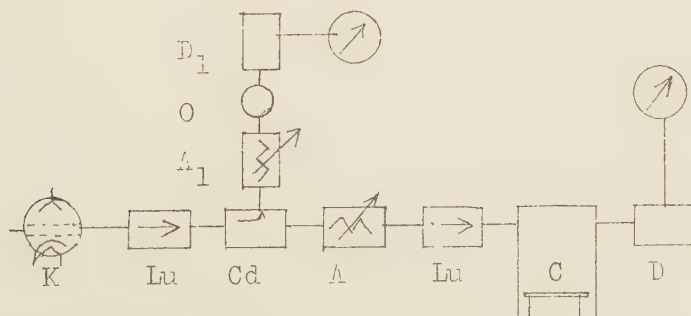


Figure:12

Le montage ne nécessite aucun matériel spécial. Seules les lignes unidirectionnelles doivent être choisies en fonction de la fréquence de travail.

2 - Cavité de mesure.

La cavité de mesure (figures I3, I4 et I5) est constituée par un cylindre de laiton dont le diamètre intérieur est d'environ 51 mm (précision d'usinage $\pm 5 \mu$). Le dispositif de couplage vers le générateur et vers le détecteur est réalisé par deux trous, diamètre d'environ 6 mm, percés dans la paroi latérale de la cavité. Les grands côtés des guides de raccord sont parallèles à l'axe de la cavité.

Le piston est assujéti à un mouvement de translation, sans rotation autour de l'axe de la cavité. Il est solidaire d'un doigt (ensemble des pièces 11 et 12) dont la position est repérée à l'aide d'un comparateur et de cales étalons*. Cette solution est plus avantageuse que le dispositif de la vis micrométrique puisqu'il supprime les oscillations du piston lorsqu'il est déplacé par vissage. On élimine, de plus, l'influence du jeu entre vis et écrou sur la détermination de sa position.

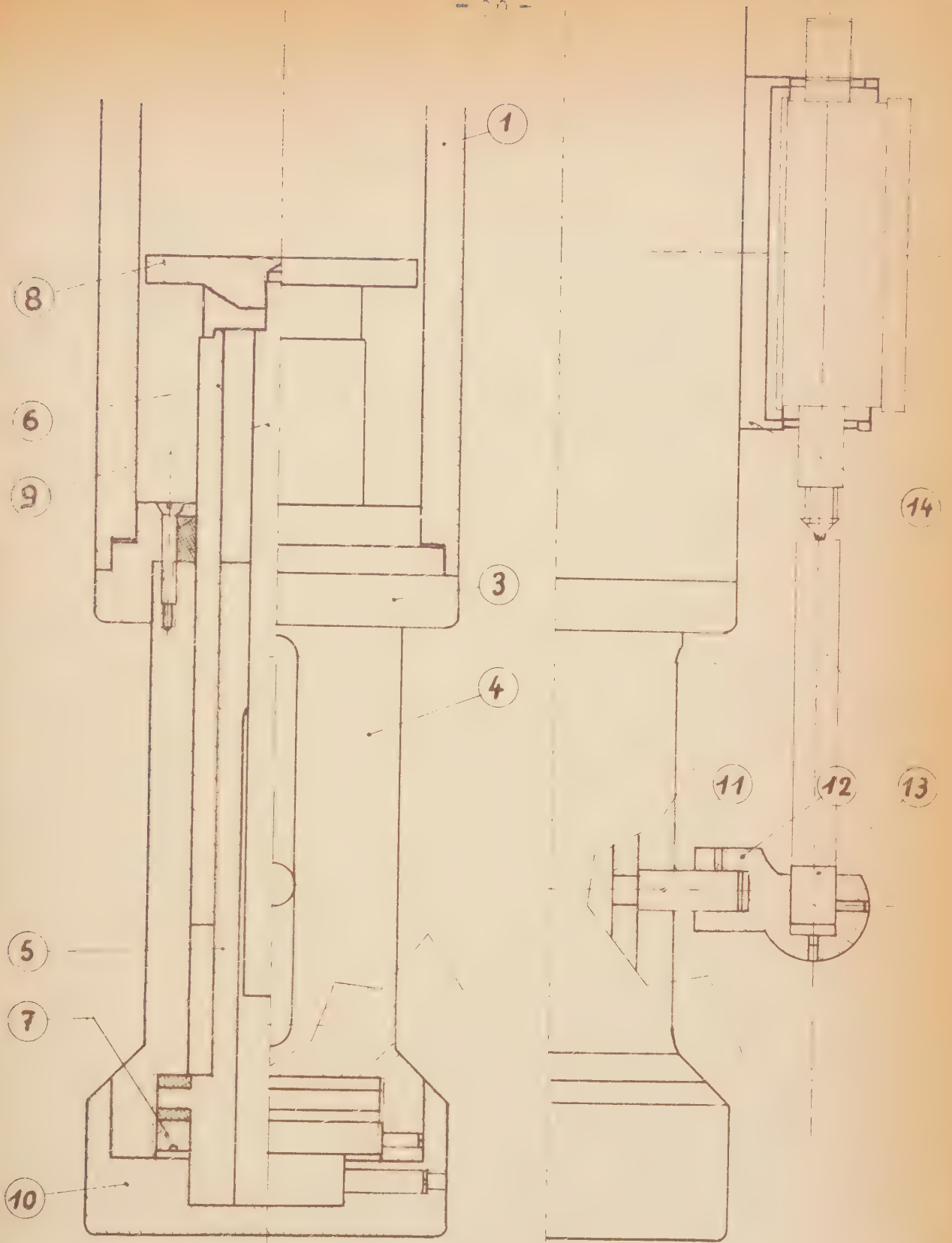
B - Détermination des volumes.

1 - Mesure des longueurs l_0 , d_n et ΔL_n .

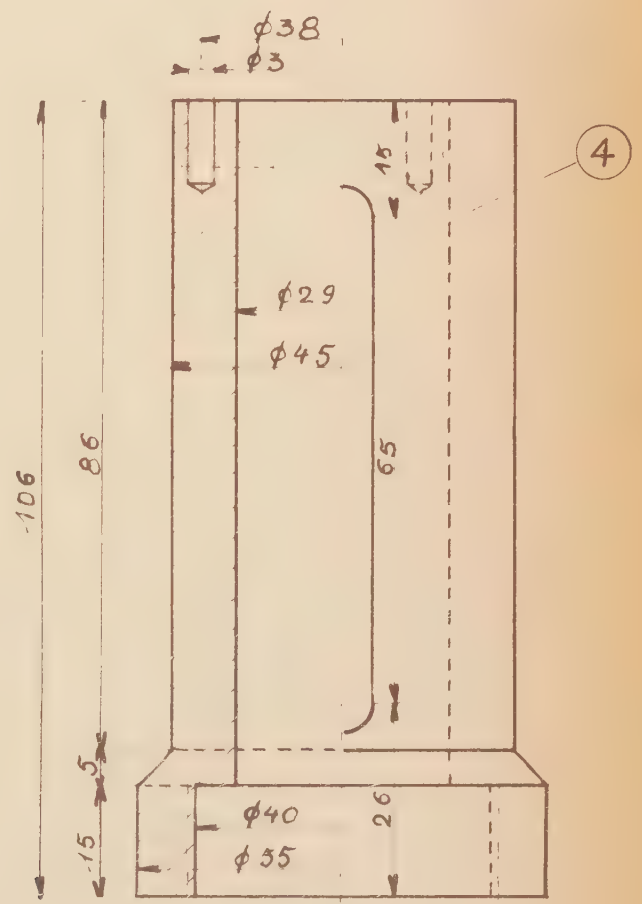
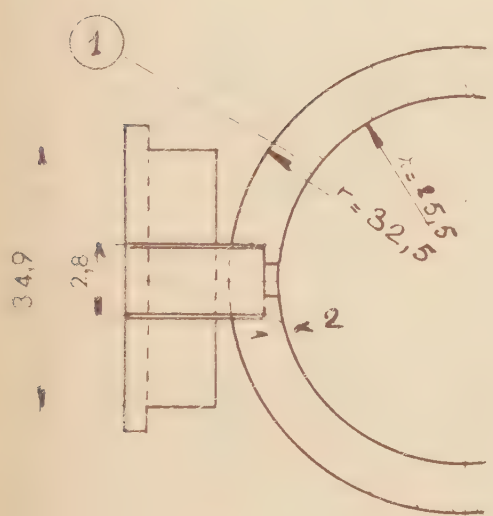
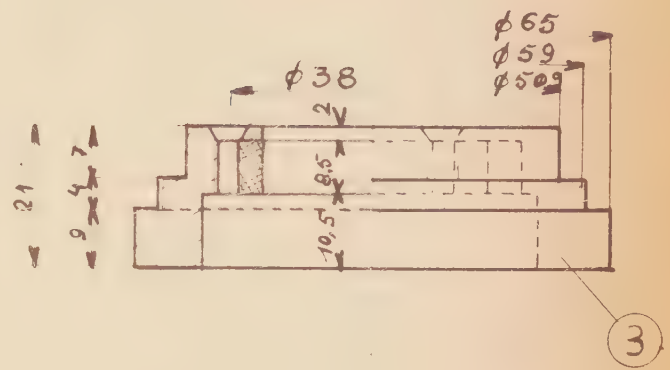
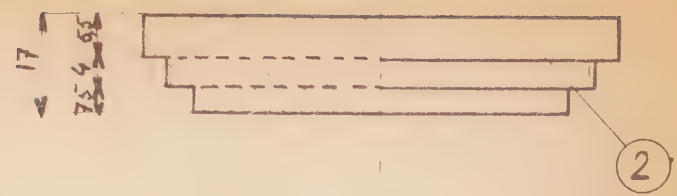
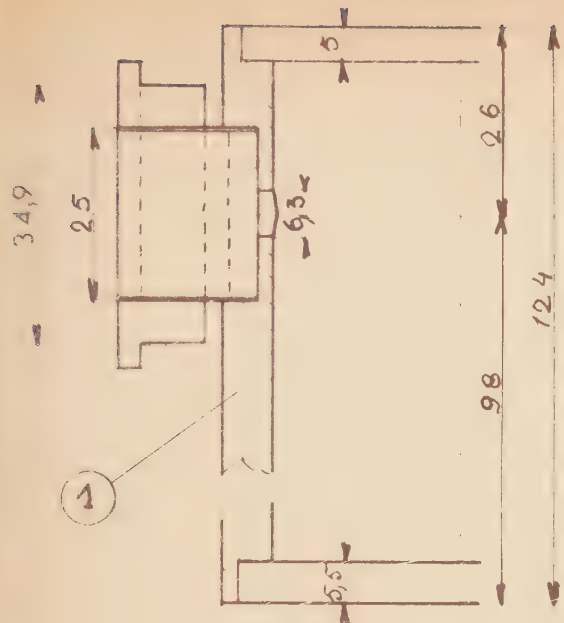
Nous avons appelé courbe de résonance la courbe représentant l'énergie transmise en fonction de la longueur de la cavité (donnée par la position du piston). On remarque que la courbe obtenue pour un sens de variation de la longueur ne recouvre jamais celle obtenue dans l'autre sens (figures I6 et I7).

*

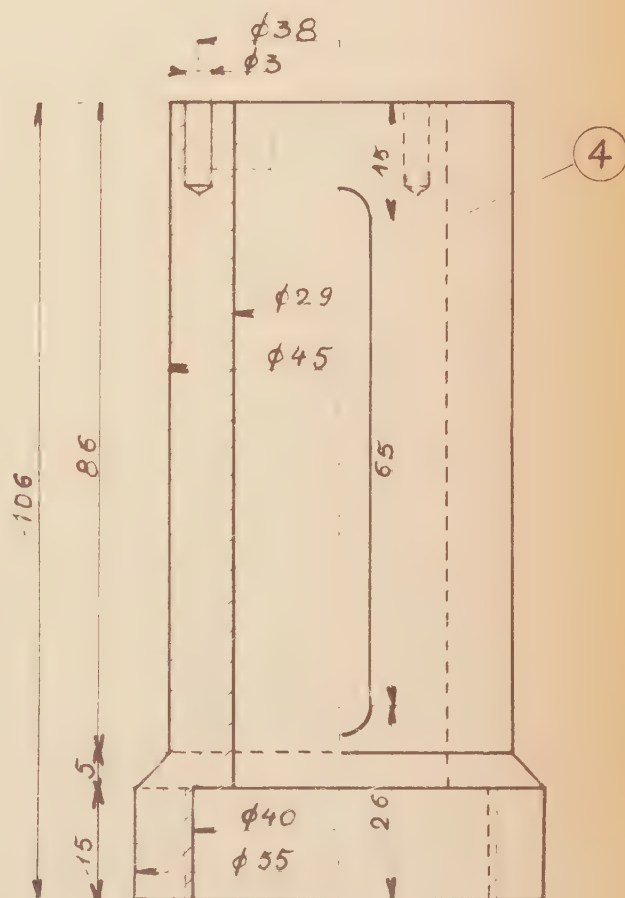
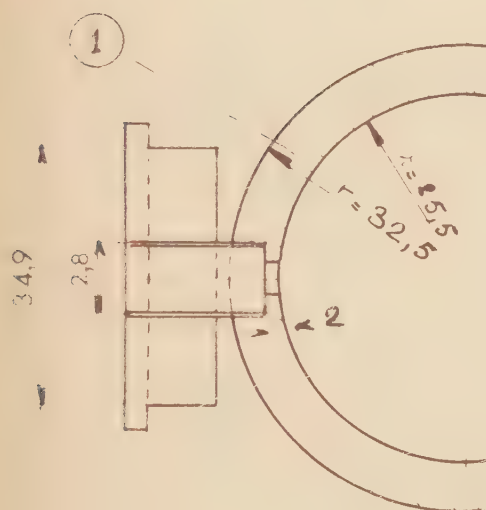
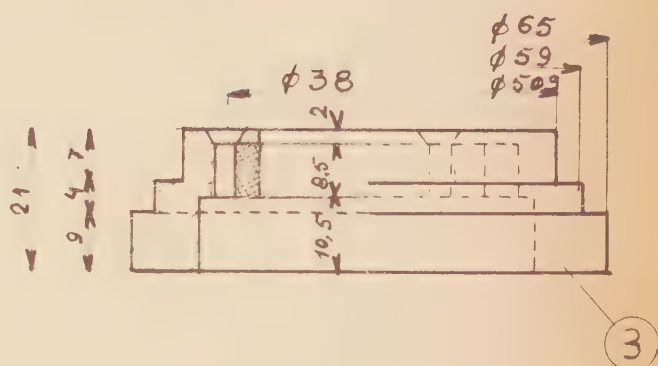
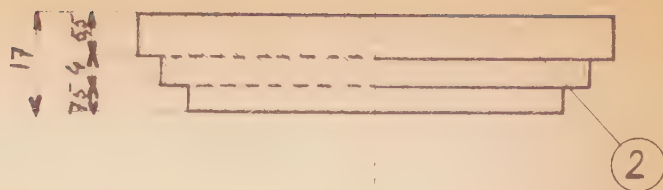
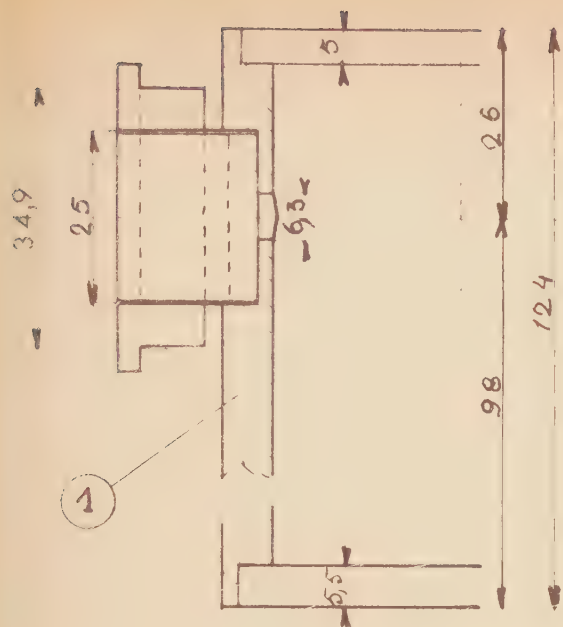
Nous remercions vivement les Etablissements ROCH de LUNEVILLE d'avoir bien voulu réaliser les cales étalons (précision $\pm 0,5 \mu$) et vérifier notre comparateur (course 3 mm, précision $\pm 1 \mu$).



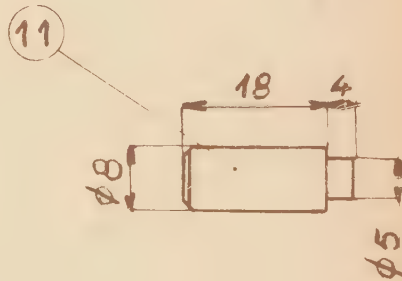
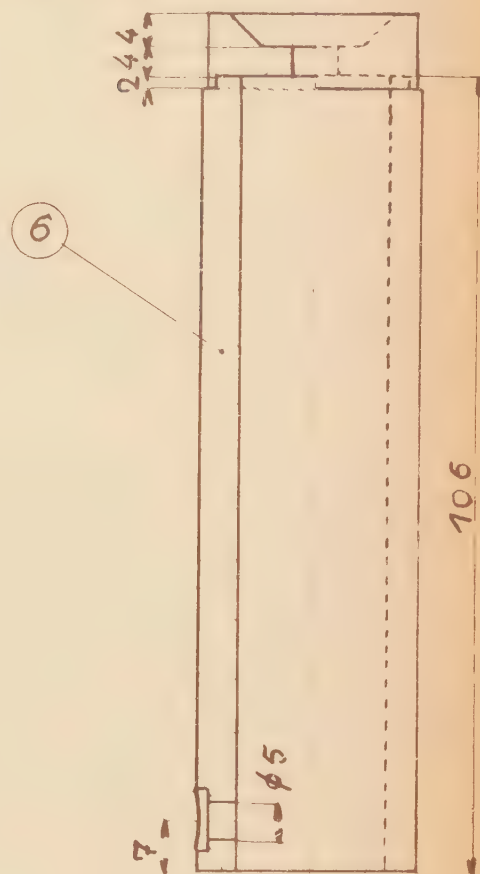
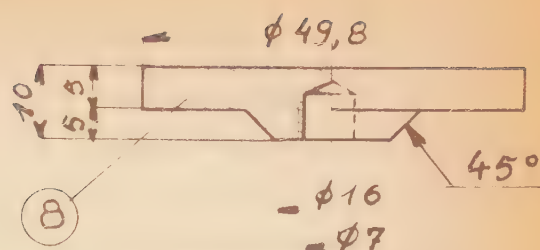
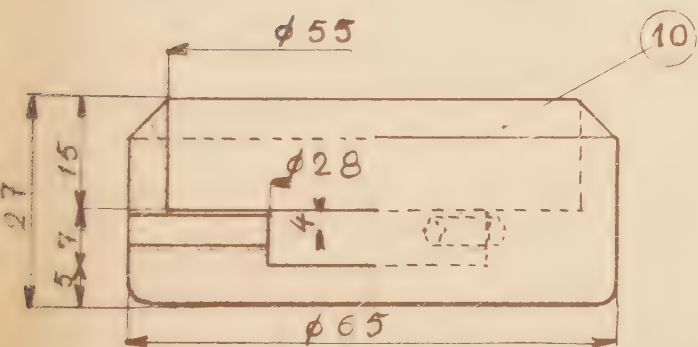
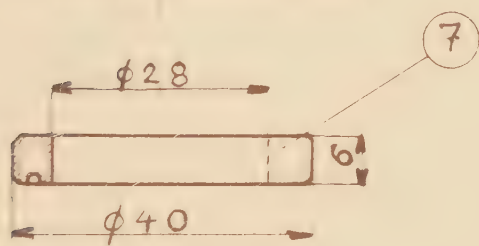
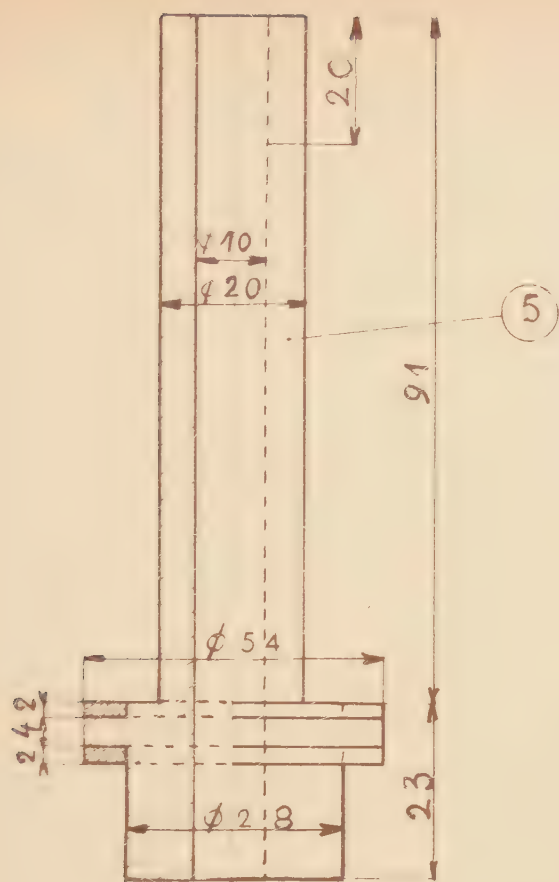
MÉCANISME GÉNÉRAL



DÉTAILS



DÉTAILS



DÉTAILS

Ce défaut ne peut pas être attribué à une variation ni de température ni de fréquence du klystron, car la translation des abscisses que l'on observe, se retrouve toujours dans le même sens et son amplitude reste constante : 7μ lorsqu'il s'agit d'une résonance $T.E_{011}$ et 4μ pour une résonance $T.E_{012}$. Ce défaut ne semble pas dû non plus, au cristal détecteur. En disposant un atténuateur* à la suite de la cavité, on peut faire chaque pointé (courbe des figures I6 et I7) indépendamment des autres et la translation subsiste.

Il semble que le défaut soit d'origine mécanique. Le piston n'est pas guidé de façon parfaite. Lorsqu'il est poussé, il peut occuper une position légèrement inclinée par rapport à l'horizontale et différente de celle qu'il prend quand il est sollicité dans le sens opposé.

Choisir la position moyenne pour vraie conduit, en pratique, à des résultats convenables. Chaque résonance est d'abord décrite plusieurs fois dans les deux sens. On note l'amplitude maximale atteinte. On note ensuite l'abscisse des points à demi puissance (quatre pointés), ce faisant on vérifie l'amplitude maximale. La mesure n'est retenue enfin que si les largeurs trouvées, pour les deux sens, sont égales.

2 - Précision.

Nous admettons pour incertitude globale de position du piston la valeur $\pm 1 \mu$. Elle est due à l'étalonnage du comparateur (évidemment utilisé comme mesureur d'écart). Nous négligeons

* Les cristaux détecteurs supportent mal les variations rapides du niveau de puissance, il faut utiliser un atténuateur de préférence à un commutateur.

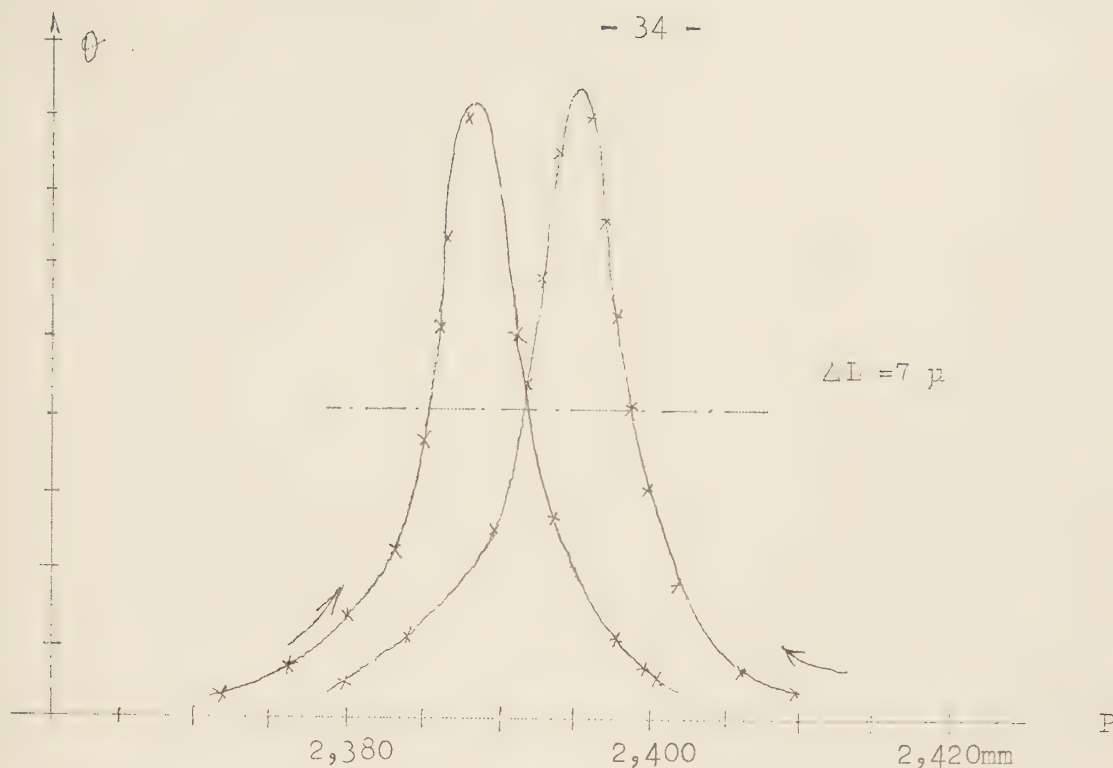


Figure I6 - Courbes de résonance T.E₀₁₁, la cavité étant vide.

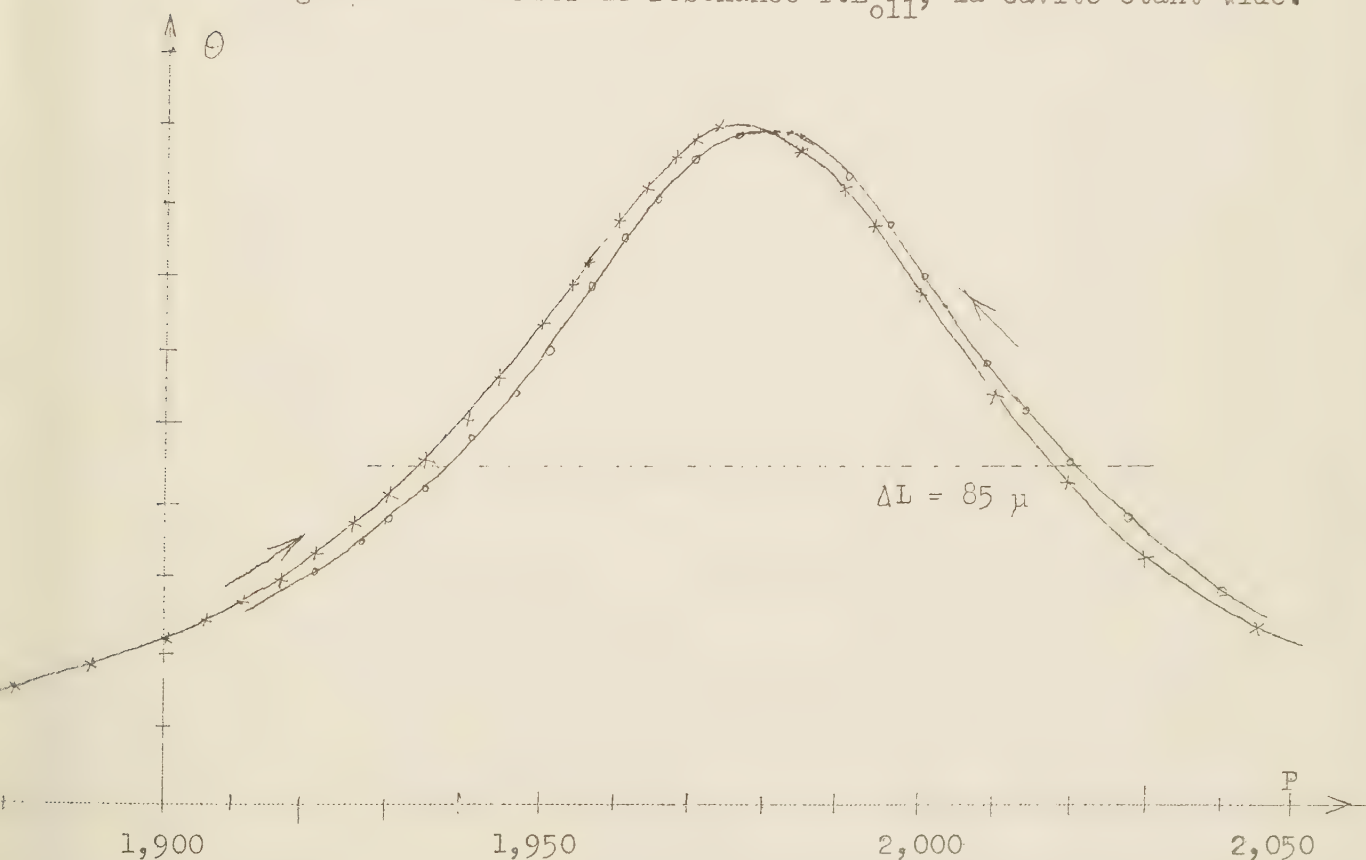


Figure I7 - Courbes de résonance T.E₀₁₂, la cavité contient une éprouvette cylindrique.

θ = Déviation du voltmètre

P = Position du piston en millimètre

- l'erreur de construction des cales étalons
- l'erreur due à ce qu'elles ne sont pas disposées parallèlement au déplacement réel du piston
- et l'erreur de lecture du comparateur (elle est divisée par quatre pour ce qui concerne l_0).

Quand l_0 est la distance entre deux résonances aiguës ($\Delta L_n, \Delta L_{on} \leq 11 \mu$), les maxima sont nets. L'incertitude absolue sur l_0 est simplement $\pm 2 \mu$ mais il faut parfois tenir compte de la sensibilité de l'ensemble détecteur lorsqu'on apprécie la position des points à demi hauteur. C'est le cas pour l'une des extrémités du segment d_n lorsque la résonance considérée est très amortie. Ainsi pour une résonance dont la largeur vaut 200μ , la sensibilité peut être réduite jusqu'à une division pour un déplacement du piston de 10μ . L'incertitude sur d_n atteint dans ces conditions $\pm 10 \mu$. Ces valeurs sont des limites supérieures au-delà desquelles la mesure devient imprécise.

Un raisonnement analogue conduirait à admettre pour incertitudes relatives sur les largeurs des résonances $\pm 20 \%$, $\pm 1 \%$ et $\pm 10 \%$ respectivement dans le cas de résonances d'amortissement faible, moyen et fort.

Cependant, il est possible d'augmenter la précision en procédant de la façon suivante :

- au cours d'une série de mesures on maintient constant (ou connu) le niveau de puissance à l'entrée de la cavité. L'amplitude maximale lue θ_m est liée alors à la largeur ΔL de la résonance considérée par

$$\theta_m (\Delta L)^2 = C^{te}$$

(on néglige la différence entre β et β_0 pour les méthodes II et III).

- il suffit de calculer la constante pour une mesure simultanée et précise de θ_m et ΔL (cas d'une résonance moyenne) pour que, par la suite, l'amplitude θ_m indique la largeur cor-

respondante.

De cette façon, on obtient pour incertitude les valeurs données par le tableau I8.

Nature de la résonance	Incertitude relative sur la largeur
aigüe $\Delta L \leq 10 \mu$	5 %
moyennement amortie $\Delta L \approx 60 \mu$	1 %
très amortie $100 \mu \leq \Delta L \leq 180 \mu$	5 %
$\Delta L > 200 \mu$	La mesure n'est plus possible

Tableau : I8

3 - Détermination des données a, b, c, et e.

Dans l'impossibilité de mesurer avec précision le rayon intérieur de la cavité, nous admettons la valeur $a = 25,59 \pm 0,01$ mm. Cependant, nous savons par ailleurs que ses variations sont inférieures à $\pm 2 \mu$, aussi, prendrons nous cette dernière barre d'erreur pour étudier la précision concernant des variations de constante diélectrique.

La mesure de l'épaisseur des disques (méthode I) ou des diamètres des tiges (méthode II) est plus précise. On se sert d'un palmer. Les solides sur lesquels portent nos mesures sont facilement usinables (plexiglas, polychlorure de vinyle, araldite). La réalisation des éprouvettes en a été facilitée et l'incertitude obtenue est toujours inférieure à $\pm 5 \mu$.

Les tubes de quartz utilisés pour la méthode III sont rectifiés intérieurement et extérieurement. Les variations du

diamètre extérieur sont inférieures à $\pm 2,5 \mu$. Nous avons dû nous contenter d'une détermination optique approximative du diamètre intérieur (précision absolue $\pm 20 \mu$). La constante diélectrique complexe ϵ_3^* de l'enveloppe est également inconnue. Nous proposons au chapitre III d'étalonner les tubes échantillons pour remédier à la méconnaissance de ces deux paramètres.

C - Etude des conditions expérimentales.

La fréquence de la source et la température ambiante doivent être stables.

1 - Stabilité en fréquence.

Le klystron "Varian X I3" est ventilé en circuit fermé dans une enceinte thermostatée. L'alimentation délivre des tensions redressées et régulées avec grand soin.

L'ordre de grandeur des variations résiduelles de fréquence peut être déterminé simplement :

- on règle l'ondemètre 0 (figure I2) non pas au maximum de la courbe de résonance (comme pour une mesure de fréquence) mais en l'un des points à demi puissance transmise. Il suffit alors d'observer les instabilités du millivoltmètre.

En effet, l'équation d'une courbe de résonance est de la forme

$$P = \frac{P_{\max}}{1 + 4 Q^2 (\omega - \omega_0)^2 / \omega_0^2} \quad (40)$$

la pente au point $\omega = \omega_0 + \omega_0 / 2 Q$ est $\frac{dP}{d\omega} = P_{\max} Q / \omega_0$. En supposant une détection quadratique l'indication du millivoltmètre θ est alors proportionnelle à la puissance transmise P . La stabilité relative en fréquence de la source $\delta f / f (= \delta \omega / \omega_0)$ est liée aux variations $\delta \theta$ observées par

$$\delta f / f = \delta \theta / Q \theta_{\max} \quad (44)$$

Pour une plage d'instabilité de trois divisions ($\theta_{\max} = 150$ divisions) en utilisant un ondemètre courant dont le facteur de surtension en charge est $Q = 7.000$ on obtient $\delta f \sim 30$ kHz.

A titre de comparaison voyons les valeurs citées dans la littérature. Pour un klystron réflex 2 K 25 (matériel scolaire) la stabilité en fréquence est de 10 à 0,3 MHz suivant la qualité de l'alimentation du klystron ⁽²⁹⁾. La fréquence du klystron peut être réglée sur celle d'une cavité extérieure par asservissement électronique de la tension réflecteur (dispositifs Pound) ⁽³⁰⁾. Dans le cas où le montage utilise un amplificateur continu on obtient une stabilité voisine de 20 kHz. Pour un montage comportant un oscillateur annexe et un amplificateur accordé la stabilité obtenue est remarquable 100 Hz.

2 - Stabilité en température.

L'expérience montre que pour obtenir des résultats reproductibles, il est nécessaire que la température ambiante soit maintenue constante au degré près. Le coefficient de dilatation du laiton étant d'environ $1,7 \cdot 10^{-5}$, la variation de température considérée entraîne, à fréquence fixe, une erreur sur l_0 de 0,4 μ , c'est-à-dire la moitié de l'incertitude de mesure. Bien qu'en pratique l'influence de la température soit plus complexe (elle modifie la fréquence de la source et les autres longueurs d_n , b et e) on peut retenir la valeur avancée comme ordre de grandeur de l'erreur introduite.

3 - Réglage et régime du détecteur.

L'utilisation d'un cristal détecteur courant (Sylvania 1 N 23 par exemple) pour mesurer une puissance U.H.F., est sujette à discussion. La littérature, cependant, est pauvre en informations précises. Il nous a semblé indispensable de préciser ce point, d'autant plus que, suivant le réglage du détecteur, l'expérience confirme que le facteur de surtension apparent peut varier de 1.000 à 20.000 par exemple.

Rappelons ici les conclusions de l'étude théorique publiée par ailleurs ⁽²²⁾, déterminant l'influence du détecteur sur la longueur de résonance observée.

Si le détecteur présente un taux d'onde stationnaire égal à l'unité, la longueur de la cavité correspondant au maximum de puissance transmise est égale à la longueur de résonance des oscillations libres. S'il n'en est pas ainsi, l'erreur qui en résulte reste cependant négligeable devant l'incertitude de position du piston à cause de la valeur expérimentale très faible du couplage.

La désadaptation du détecteur perturbe de façon visible le facteur de surtension apparent du résonateur, comme on peut le montrer en modulant le klystron en fréquence (figure I9). On peut faire apparaître le mode du klystron en appliquant sur les plaques verticales de l'oscilloscope la tension redressée par le détecteur D_1 . La présence du pic de l'ondemètre 0 permet de graduer l'axe des abscisses directement en fréquence (figure 20a).

Si l'on prend pour tension verticale celle recueillie sur le détecteur D, il apparaît la courbe de résonance (figure 20b) de la cavité de mesure (décrite en fonction de la fréquence). Sa largeur est directement liée au facteur de surtension par $Q = f_0 / \Delta f$. La position et l'amplitude de la courbe (γ) (figures 20 c et 20 d) varient en fonction des seuls réglages du détecteur. Cette dernière peut perturber, de façon importante, la courbe propre de résonance (figure 20 e). La courbe (γ) disparaît lorsque le détecteur présente ^{un} T.O.S. voisin de 1, au mieux expérimentalement égal à 1,03, ou lorsqu'on intercale entre le détecteur et la cavité une ligne unidirectionnelle.

C'est cette dernière disposition que nous avons retenue.

Les difficultés signalées par Horner et ses collaborateurs (24 page 65), ont sans doute une origine semblable; la présence d'adaptateurs à vis plongeantes ("stubs") au voisinage

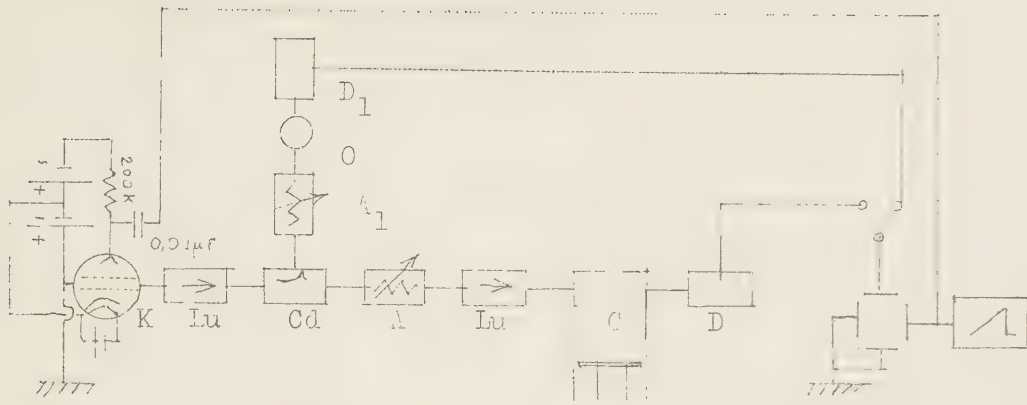


Figure : 19



Figure 20 a

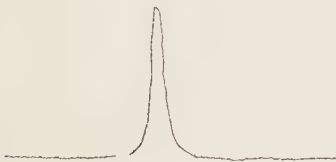


Figure 20 b

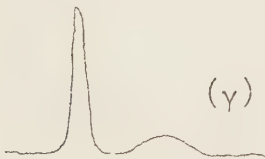


Figure 20 c

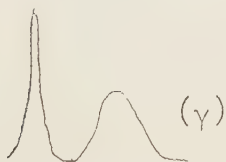


Figure 20 d

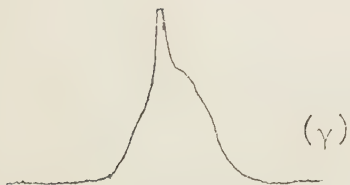


Figure 20 e

immédiat du trou de couplage entrée modifiant, de plus, l'impédance de sortie du générateur.

Lorsqu'on utilise des cristaux détecteurs, il convient de prendre certaines précautions élémentaires, en particulier d'éviter les chocs et les variations rapides du niveau de la puissance détectée (il est important que ce dernier reste toujours faible). Mais il faut surtout s'assurer que la détection est linéaire, c'est-à-dire que la tension $\mathcal{O}$ lue sur le millivoltmètre est proportionnelle à la puissance P reçue (certains auteurs qualifient ce régime de quadratique pour exprimer que le courant redressé est alors proportionnel au carré de la tension appliquée). Tous les cristaux utilisés ont été étalonnés avant usage selon le procédé classique de la ligne de mesure ^(3I). Tant que la tension lue ne dépasse pas 200 mV on vérifie qu'ils sont effectivement linéaires. Il convient de remarquer qu'il n'y a pas lieu de faire intervenir leur comportement à fréquence variable. On évite ainsi de nombreuses difficultés et, entre autres, la nécessité de polariser le cristal par un courant continu direct convenable.

On peut également tester la linéarité du détecteur dans les conditions réelles de fonctionnement, à partir de la courbe de résonance obtenue :

Si le détecteur est parfaitement linéaire, la tension lue $\mathcal{O}$ est rigoureusement proportionnelle à la puissance transmise. On obtient en fonction de la position réduite δl du piston (voir définition page I6).

$$\mathcal{O} = \frac{\mathcal{O}_m}{1 + 4(\delta l / \Delta L)^2} \quad (4I)$$

$\mathcal{O}_m$ et ΔL sont l'amplitude et la largeur de la courbe de résonance.

Dans le plan complexe $\sqrt{\mathcal{O}}$ est le module du vecteur $\vec{OM}$ si M a pour affixe

$$z = \frac{\sqrt{\mathcal{O}_m}}{1 + 2j(\delta l / \Delta L)} \quad (4I')$$

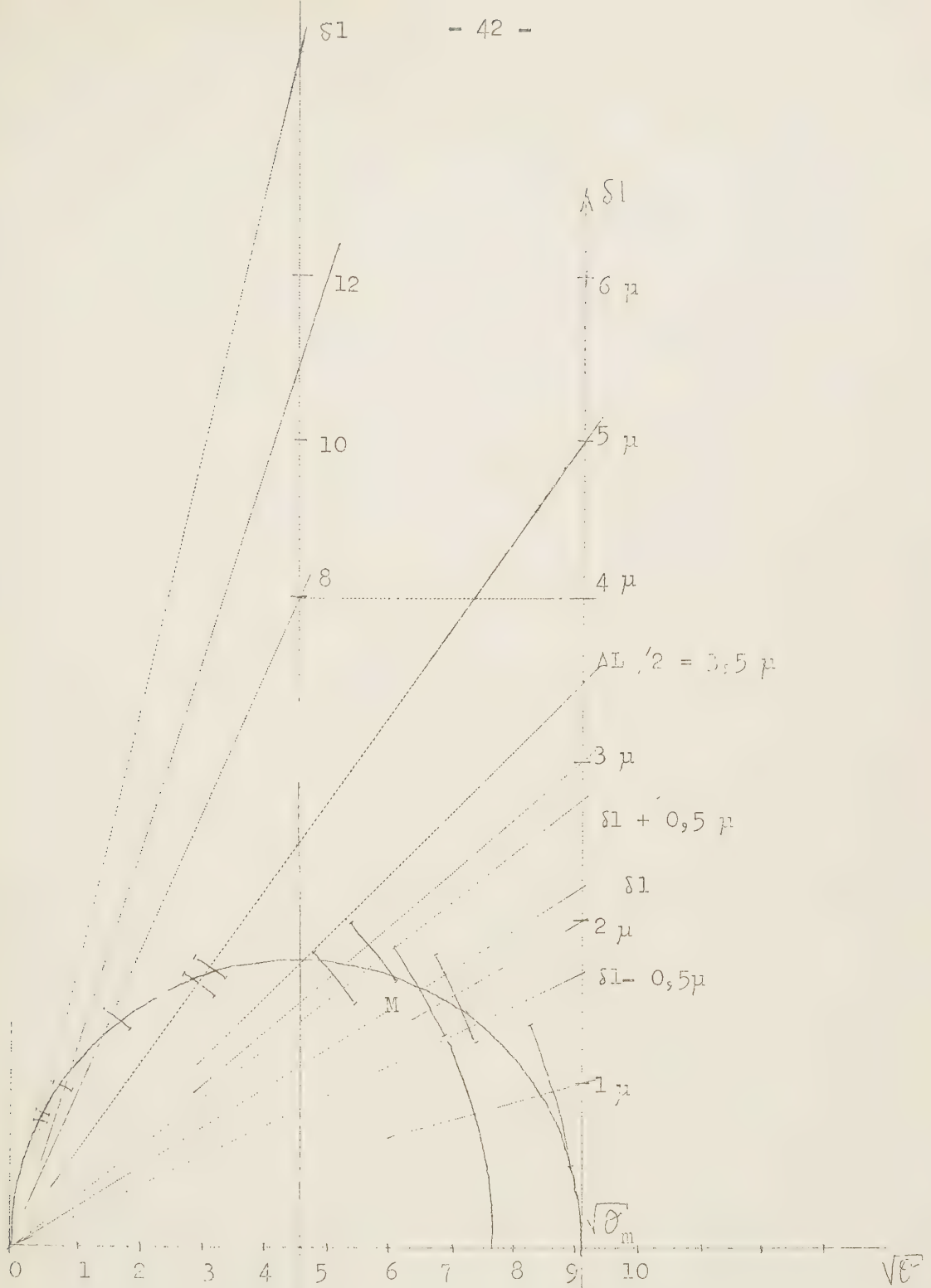


Figure 21 : résonance T.E₀₁₁ la cavité étant vide, $\Delta L = 7 \mu$
 $\theta_m = 83 \text{ mV}$.

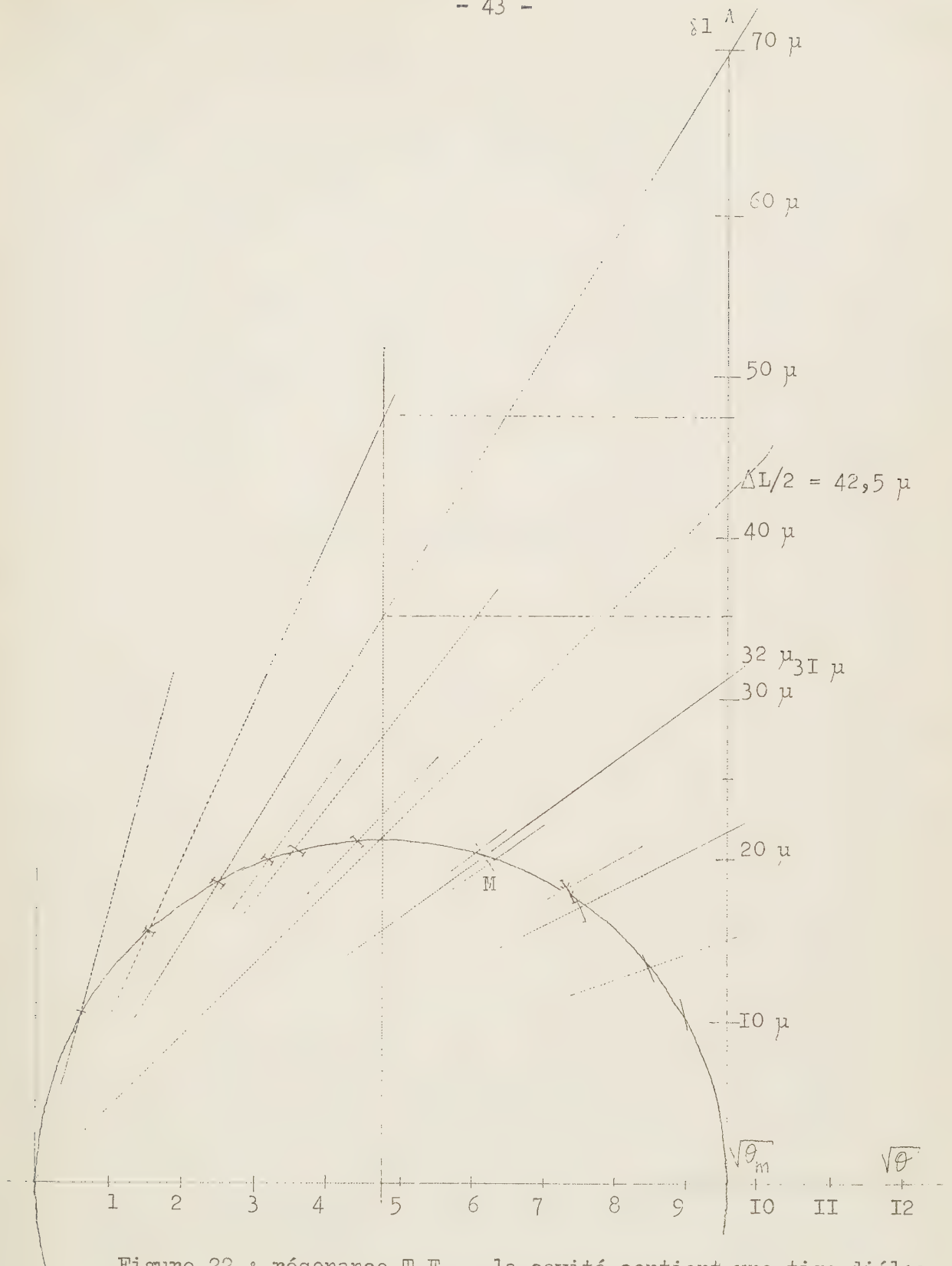


Figure 22 : résonance T.E₀₁₂ la cavité contient une tige diélectrique, $\Delta L = 85 \mu$, $\theta_m = 91,3 \text{ mV}$.

si l'on choisit sur les axes réel et imaginaire les unités $\sqrt{\theta_m}$ et $\Delta L/2$, lorsque δl varie M décrit le cercle de diamètre O A, l'affixe de A étant 1.

Il suffit donc de porter sur ce graphique les points obtenus expérimentalement pour tester la réponse du détecteur. Nous présentons figures 21 et 22 les graphiques obtenus dans les cas d'une résonance aigüe et d'une résonance d'amortissement moyen. Toutes les barres d'erreurs qui correspondent à une incertitude de $\pm 1 \mu$ sur la position du piston coupent le cercle.

La détection est linéaire et l'incertitude de position se trouve aussi justifiée.

Chapitre III

RESULTATS et DISCUSSION

Nous rapportons, dans ce chapitre, les données expérimentales et les résultats obtenus successivement pour les méthodes I, II, III.

A - Méthode I - L'échantillon solide est un disque.

Nos mesures ont porté sur une série de disques de polyméthacrylate de méthyle(ALTUGLAS); les épaisseurs varient de 2 mm à 12 mm. Nous indiquons tableau 22 les valeurs prises par les différents paramètres (les notations sont rappelées en annexe).

e	d ₂	tgx/x	k'	ΔL	tgδ
12,020	11,887(5)	0,11830	2,602	129	0,0061
9,602	11,825(5)	-0,11293	2,610	100	0,0064
8,995	11,743(0)	-0,20037	2,610	104	0,0060
8,370	11,546(5)	-0,32328	2,609	119	0,0060
7,995	11,349(7)	-0,42290	2,610	134	0,0062
7,560	10,993	-0,58283	2,606	168	0,0069
7,505	10,932	-0,60871	2,604	164	0,0066
5,935	7,968	-3,11076	2,615	200	0,0055
4,450	3,160	29,0465	2,617	116	0,0059
3,40	1,160	1,66490	2,611	45	0,0052
2,55	0,235	1,15071	-	19	-
Fréquence 9.768 MHz; l ₀ = 22,503 mm; ΔL ₀₂ = 10 μ					

Tableau : 22

Il apparaît que les résultats sont remarquablement groupés :

- la moyenne de k' est 2,609(4); huit des dix résultats sont dans l'intervalle $\pm 2 \cdot 10^{-3}$ (en valeur relative).

- la moyenne de $\text{tg } \delta$ est 0,00607; huit des dix résultats sont dans l'intervalle $\pm 7 \text{ ‰}$.

Il y a lieu de noter que quatre des cinq premiers résultats sont dans l'intervalle $\pm 1 \text{ ‰}$; ceci confirme ce que nous signalions au chapitre précédent au sujet de la précision des mesures de ΔL .

Des conclusions identiques peuvent être dégagées d'une autre série de mesures effectuées sur les mêmes échantillons à une fréquence différente de celle retenue précédemment.

e	n	k'	tg δ
12,020	2	2,612	0,0061
9,602	2	2,618	0,0068
8,995	2	2,618	0,0066
8,370	-	-	-
7,995	2	2,619	0,0067
7,560	2	2,617	0,0065
7,505	2	2,617	0,0065
5,935	2	2,617	0,0063
4,450	2	2,621	0,0062
3,400	2	2,618	0,0054
2,55	2	2,635	0,0048
f = 9.137 MHz; $\Delta L_{O_2} = 10\mu$ $l_0 = 26,479 \text{ mm}$			

Tableau : 23

2 - Épaisseur critique.

Si l'on considère la largeur ΔL en fonction de l'épaisseur du disque (figure 24), on observe un point singulier pour $e = \lambda g_1/4$ sans pouvoir préciser expérimentalement le maximum de ΔL . Le comportement est identique pour $e = (2r + 1) \lambda g_1/4$ avec r entier. Un disque d'une telle épaisseur, lorsqu'il

est suivi d'un court-circuit, constitue une impédance dont le coefficient de réflexion est voisin de -1 pour les ondes circulaires $T.E_{01}$; l'onde réfléchie est en opposition de phase avec l'onde incidente.

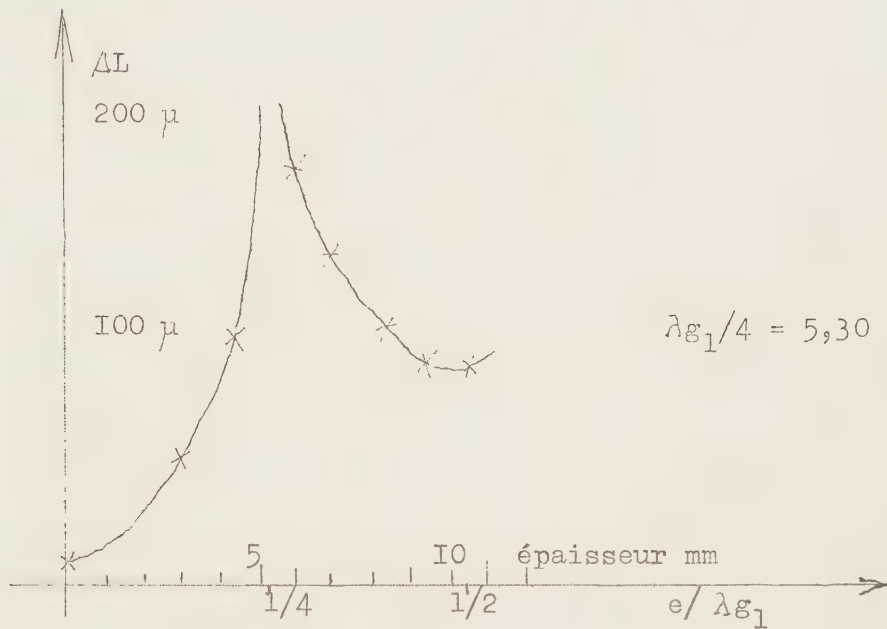


Figure : 24

La mesure aux voisinages de ces épaisseurs est délicate. Les difficultés sont de même nature que celles que l'on rencontre dans la méthode de Von Hippel ⁽³²⁾. Cependant, le choix de l'épaisseur convenable est ici beaucoup moins restreint, à précision égale.

3 - Influence des erreurs de mesure sur la précision.

Une étude complète de la précision des résultats fut possible parce que leur exploitation est faite sur un ordinateur.

En premier lieu retenons que l'incertitude de $\pm 0,02\text{mm}$ sur le diamètre de la cavité contribue à une incertitude uniforme sur les résultats de $\pm 3 \cdot 10^{-4}$. Elle est évidemment négligeable. La contribution de l'erreur commise sur l_0 est du même ordre de grandeur.

Par contre, l'influence des variations de l'épaisseur des disques est à considérer. Elle décroît régulièrement lorsque l'épaisseur de l'échantillon croît. Les barres d'erreur représentées figure 25 correspondent à $\pm 5 \mu$ sur l'épaisseur.

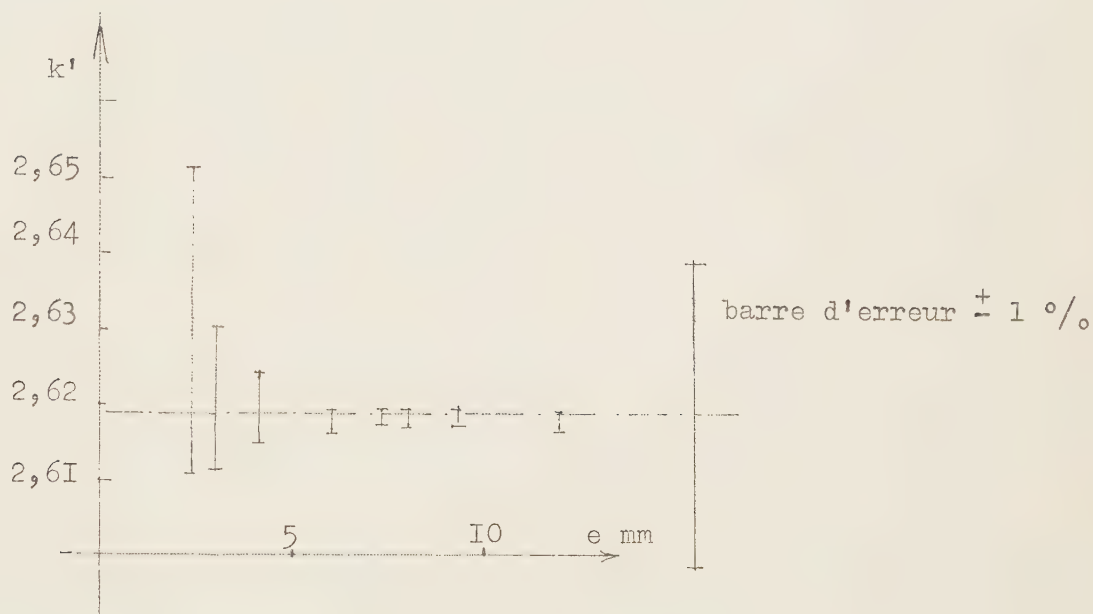


Figure : 25

4 - Influence de l'état de surface.

On peut se rendre compte de l'influence de l'état de surface des échantillons en endommageant une des faces par quelques coups de pointeaux (il est nécessaire que la quantité de matériau reste constante si l'on veut pouvoir comparer les résultats avant et après traitement).

Deux disques aussi identiques que possible (taillés dans une même plaque de polychlorure de vinyle) ont subi ce traitement on obtient :

expé- rience	échantillon 1		échantillon 2	
	k'	tg δ	k'	tg δ
1	2,735	0,00561	2,734	0,00540
2	2,746	0,00561	2,760	0,00570
3	2,741	0,00540	2,753	0,00536

expérience : 1 - avant traitement

2 - face détériorée au contact du piston

3 - face non détériorée au contact du piston.

Tableau : 26

Etant donnée l'importance des perturbations de la surface, ces résultats révèlent qu'il n'y a pas lieu de considérer cet effet dans les mesures courantes.

Les éprouvettes ont un diamètre légèrement inférieur à celui de la cavité, cela est nécessaire : les disques doivent suivre le mouvement du piston. On peut évaluer par un calcul de perturbation l'erreur commise; elle est très faible parce que le champ électrique, au voisinage des parois latérales, est faible. Pour la mettre en évidence expérimentalement, il faut comme précédemment exagérer cet effet (34).

Nous avons aussi envisagé des échantillons en araldite. Le facteur de perte de ce matériau est moyen $\text{tg } \delta = 0,0150$, la largeur de la courbe de résonance atteint, même pour des éprouvettes de faible épaisseur, rapidement la valeur maximale possible de 200μ (tableau : 27).

e mm	n	k'	ΔL_n	tg δ
3,07	2	3,019	91	0,0161
3,92	2	3,039	230	0,0146

Tableau : 27

5 - Conclusion.

En conclusion, la méthode I se révèle être très précise spécialement lorsque le matériau présente de très faibles pertes ($\operatorname{tg} \delta \leq 0,0080$). La précision de mesure atteint $\pm 0,3 \%$ pour la partie réelle et dans les meilleures conditions $\pm 1 \%$ pour le facteur de perte.

Mais, dès que $\operatorname{tg} \delta$ excède 10^{-2} l'amortissement du résonateur devient important et la précision décroît rapidement. Si l'on diminue l'épaisseur de l'éprouvette (pour le maintenir à un niveau raisonnable) la précision est compromise par la réalisation de l'éprouvette elle-même.

B - METHODE II - L'éprouvette est une tige cylindrique.

1 - Résultats.

Les résultats rapportés aux tableaux 28 et 29 concernent des échantillons respectivement en Altuglas et en araldite.

b	n	$\bar{d}_n$	$J_1(x)/xJ_0(x)$	k'	ΔL_n	$\text{tg } \delta$
4,000	1	0,4383	0,60357	2,616	19	0,0054
4,000	2	0,8775	0,60366	2,617	32	0,0057
4,250	1	0,5625	0,62119	2,617	22	0,0056
4,250	2	1,124	0,62110	2,616	42	0,0065
4,540	1	0,7347	0,64399	2,611	28	0,0063
4,540	2	1,4695	0,64399	2,611	53	0,0069
4,740	1	0,8833	0,66327	2,621	32	0,0065
4,740	2	1,7652	0,66316	2,620	57	0,0063
Altuglas; $l_0 = 26,843 \text{ mm}$; $\Delta L_{01} = 10,5 \mu$; $\Delta L_{02} = 15 \mu$						

Tableau : 28

b	n	$\bar{d}_n$	$J_1(x)/xJ_0(x)$	k'	ΔL_n	$\text{tg } \delta$
2,970	1	0,1072	0,56725	2,966	20	0,0166
2,970	2	0,2141	0,56716	2,963	30	0,0156
3,475	1	0,2060	0,59849	2,957	29	0,0181
3,475	2	0,4186	0,59983	2,963	40	0,0144
3,915	1	0,3457	0,63573	2,956	36	0,0163
3,915	2	0,6956	0,63646	2,966	62	0,0171
4,485	1	0,6237	0,70073	2,963	53	0,0166
4,485	2	1,2356	0,69831	2,952	99	0,0176
4,942	1	0,9525	0,77368	2,965	80	0,0180
4,942	2	1,9149	0,77507	2,972	189	0,0215
Araldite; $l_0 = 22,506 \text{ mm}$; $\Delta L_{01} = 13 \mu$; $\Delta L_{02} = 19 \mu$						

Tableau : 29

La dispersion des résultats est très réduite tant pour la partie réelle (intervalle $\pm 2 \cdot 10^{-3}$ en valeur relative) que pour le facteur de perte (intervalle $\pm 3 \%$). La précision est comparable à celle annoncée par HE. Bussey et Gray⁽³⁵⁾.

2 - Difficultés relatives au facteur de surtension.

Il est important de noter que l'amortissement du résonateur reste faible, quelles que soient les conditions expérimentales. ΔL croît uniformément avec le rayon de la tige échantillon c'est-à-dire avec le remplissage.

Une première conséquence est que le domaine d'application de la méthode II s'étend aux matériaux présentant davantage de pertes que précédemment $0,01 \leq \operatorname{tg} \delta \leq 0,1$. Nous avons vérifié que la mesure était encore possible lorsque $k' = 2,3$ et $\operatorname{tg} \delta = 0,15$ en utilisant une tige (de bois en l'occurrence) ayant un rayon de 3,48 mm. Nous n'avons pu tirer aucune autre conclusion de ces mesures en raison de l'inhomogénéité du matériau.

La seconde conséquence est réciproque de la première : les variations de l'amortissement du résonateur restent faibles surtout lorsqu'il s'agit d'une tige de petit rayon et d'un matériau ayant peu de perte, la méthode II est très sensible alors aux erreurs de mesure faites sur les largeurs ΔL_{01} ou ΔL_{02} . Nous rapportons tableau 30 une série de mesures faites dans ces conditions. On remarque que les résultats sont très dispersés.

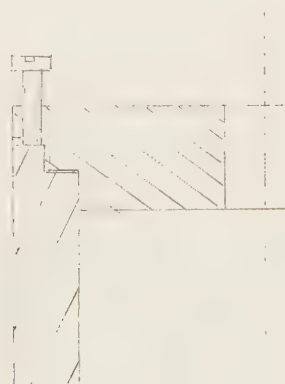
b	n	k'	$\operatorname{tg} \delta$
4,00	1	2,612	0,0046
4,00	2	2,610	0,0041
4,25	1	2,603	0,0056
4,25	2	2,607	0,0038
4,54	1	2,605	0,0071
4,54	2	2,607	0,0041
4,74	1	2,589	0,0067
4,74	2	2,597	0,0044
Altuglas;		$l_0 = 22,507 \text{ mm}$	
$\Delta L_{01} = 14 \mu$		$\Delta L_{02} = 15 \mu$	

Si l'on prend la relation 29 relative à la cavité vide, le rapport

$$(n l_o k^2 + 2a \beta_o^2) / \Delta L_{on}$$

est constant quel que soit n . Pour les expériences en cause, $\beta_o^2 = 1,95.10^{-4}$ et $k^2 = 2,25.10^{-4}$, le rapport vaut 1,1 pour $n = 1$ et 1,5 pour $n = 2$.

On peut attribuer cet écart à des pertes supplémentaires dues à ce que le piston et le couvercle de la cavité ne sont pas parallèles entre eux ou perpendiculaires à l'axe de la cavité. Pour pallier ce défaut, on a muni certains couvercles de trois petites vis (diamètre 3 mm) que l'on règle de façon à obtenir le facteur de surtension le plus grand possible. On peut ainsi le faire varier de 50 %.



- 2 Couvercle
- 1 Corps de la cavité

Figure : 3I

Pour obtenir une valeur reproductible et convenable du facteur de surtension, il s'est avéré indispensable de préciser mécaniquement le centrage des tiges. Toutes nos éprouvettes comportent à une de leurs extrémités un ergot - diamètre 3 mm , hauteur 1 à 2 mm - qui vient se loger dans un trou situé au centre du piston.

On peut se rendre compte des défauts de géométrie en observant les variations de puissance transmise à la résonance

lorsqu'on fait tourner l'éprouvette sur elle-même. En aucun cas elles ne doivent être supérieures à quelques pour cent.

3 - Etude de la précision.

Si l'on exploite une même mesure avec des valeurs différentes du diamètre de la cavité, on obtient :

2 a	48,88	50,88	51	51,19
k'	2,3633	2,6079	2,6233	2,6478
tg δ	0,01070	0,01077	0,01103	0,01111

Tableau : 32

Nous avons aussi vérifié que les variations introduites sont indépendantes de l'éprouvette considérée.

A l'incertitude de $\pm 0,02$ mm commise sur le diamètre intérieur de la cavité correspond donc une incertitude systématique relative de $\pm 3 \cdot 10^{-3}$, c'est-à-dire dix fois supérieure à la valeur correspondante de la méthode I.

Nous négligeons l'erreur due à la présence du trou percé dans le couvercle qui permet le passage de l'éprouvette diélectrique (36).

Pour chiffrer l'influence de l'erreur faite sur les rayons des tiges nous avons calculé la diminution $|\delta k'|$ de la partie réelle k' due à un accroissement de $2,5 \mu$ de b. On obtient

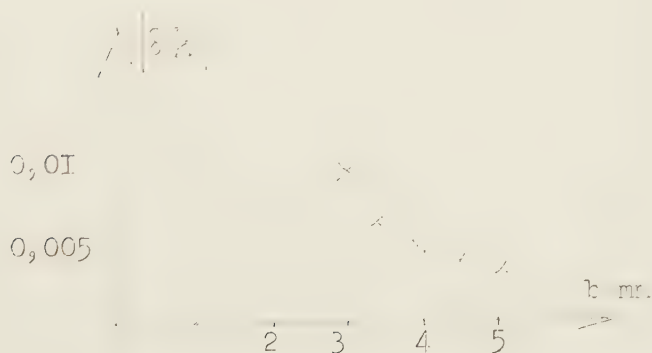


Figure : 33

L'incertitude sur les rayons des tiges contribue donc à une incertitude relative de 0,5 % sur la partie réelle de la permittivité. Elle est sans influence sur la partie imaginaire.

Il y a lieu de souligner que dans les conditions les plus favorables (qui sont différentes, d'ailleurs, lorsqu'on s'intéresse à k' ou à $\text{tg } \delta$) la méthode de A. Von Hippel⁽³²⁾ donne, pour les matériaux envisagés, les résultats :

Matériau	k'	$\text{tg } \delta$
Altuglas	$2,60 \pm 0,02$	$< 0,0250$
araldite	$3,00 \pm 0,02$	$< 0,0300$

Tableau : 34

Les énormes valeurs obtenues pour le facteur de perte sont évidemment dues à ce que l'on néglige les pertes dans l'expérience à vide, qui sont trois fois supérieures à celles qui interviennent, et dont on tient compte dans les méthodes I et II.

4 - Conclusion.

La méthode II se révèle particulièrement précise pour les matériaux dont les pertes sont moyennes $0,01 \leq \text{tg } \delta \leq 0,1$ si $k' = 3$.

Sa mise en oeuvre présente les avantages d'utiliser une éprouvette n'ayant aucune dimension imposée et qui peut être réalisée facilement avec grande précision; ceci atténue la grande sensibilité de la méthode aux défauts géométriques.

C - METHODE III.

1 - Généralités.

La méthode III a été développée pour faciliter l'étude diélectrique des substances pulvérulentes, sous atmosphère contrôlée. Les difficultés que l'on rencontre en utilisant les méthodes classiques, sont essentiellement de nature expérimentale. La plus gênante est, sans doute, liée au fait que l'on ne sait pas définir le tassement. On réalise difficilement deux échantillons ayant les mêmes caractéristiques. Lorsqu'on désire, par exemple, faire varier la fréquence, on s'interdit, de changer l'échantillon pour accroître la précision de la mesure. La mise en oeuvre de la méthode III résoud le problème : la précision de la mesure est sensiblement indépendante de la fréquence comme c'est le cas de la méthode II. Pour étendre encore la gamme de fréquence, sans toucher à la substance, on peut utiliser le même échantillon dans plusieurs cavités.

Différents tubes de quartz ont été utilisés. Leurs caractéristiques sont indiquées dans le tableau 35.

N° du tube	b	c ⁺	ϵ_3^+
1	2,480	2,10	3,75
2	3,502	2,49	3,75
3	4,492	3,50	3,75

⁺ valeur approximative

Tableau : 35

Les tubes N° 2 et 3 ont été exécutés par Quartz et Silice. Ils sont terminés à l'une de leurs extrémités par une rondelle qui supporte, en son centre, un ergot de centrage analogue à celui des tiges.

Le tube N° 1 est un tube porte-échantillon utilisé en spectrométrie R.F.N. appareil Variac 160.

2 - Résultats et Précision.

Les résultats rapportés tableau 36 ont été obtenus avec des valeurs approximatives de la permittivité et du diamètre intérieur des ~~tiges~~ tubes.

N° du tube	n	air		CCl ₄		C ₆ H ₆		C ₂ H ₅ Br	
		k'	tg δ	k'	tg δ	k'	tg δ	k'	tg δ
1	1	1,625	0,040	2,148	0,223	3,404	0,113	8,806	0,195
1	2	1,437	0,137	2,138	0,127	3,474	0,060	8,773	0,192
2	1	1,092	0,014	2,344	-	3,280	0,108	8,28	0,252
2	2	1,070	0,0045	2,330	0,073	3,205	0,098	-	-
3	1	1,082	0,00071	2,317	0,0027	2,831	0,0045	-	-
3	2	1,083	0,00070	2,316	0,0022	2,846	0,0048	-	-

Tableau : 36

Il est intéressant de considérer la valeur de la permittivité k' en fonction du déplacement mesuré pour les tubes 1, 2 et 3 et les résonances $n = 1$ et $n = 2$.

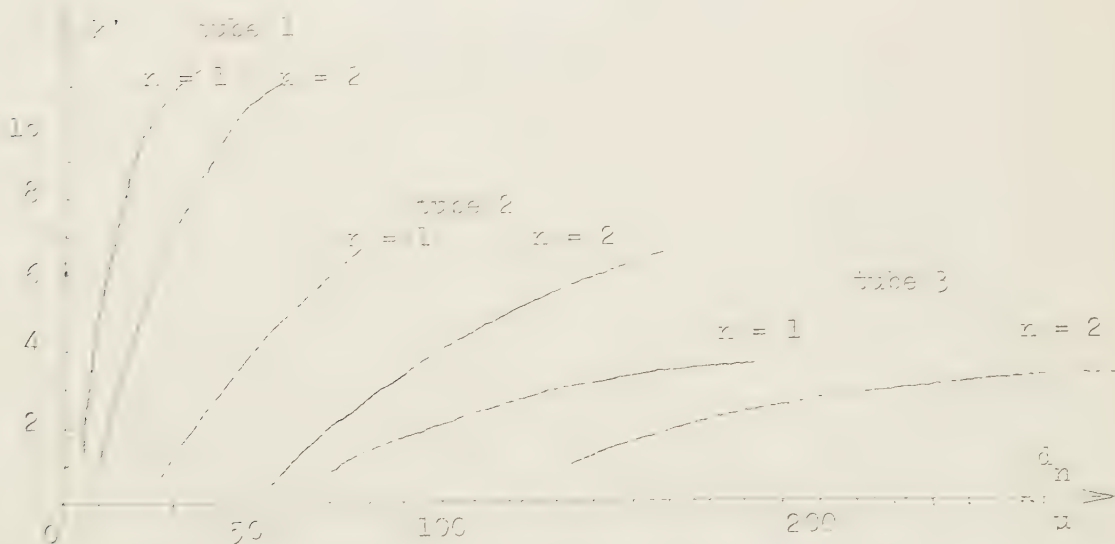


Figure : 37

La pente des courbes indique la sensibilité de la mesure et aussi l'erreur propre commise : pour la courbe (tube 1, $n = 1$) une erreur de lecture de $\pm 2 \mu$ correspond une incertitude sur k' de $\pm 0,05$ soit 1,5 %. C'est évidemment le cas de plus défavorable, mais l'on note que ^{cette} valeur correspond à la précision des méthodes classiques. A la limite si on utilise un tube capillaire on obtient uniquement la partie imaginaire sans pouvoir mesurer expérimentalement la partie réelle (37). La dispersion des résultats entre les expériences avec des tubes différents est due à l'imprécision des paramètres ϵ_2^* et c .

3 - Etalonnage des tubes échantillons.

Une variation algébrique $\delta\epsilon_2$ de la permittivité de l'enveloppe entraîne une variation $\delta k'$ du résultat. Bien que le rapport $\delta k' / \delta\epsilon_2$ dépende de la substance introduite dans le tube, en première approximation il vaut :

- 2,5 pour le tube N° 1
- 2 pour le tube N° 2
- et - 1,3 pour le tube N° 3

On conçoit que l'imprécision de ϵ_2 introduise une grande incertitude sur le résultat.

L'influence du rayon intérieur est très voisine de celle envisagée dans le cas de la méthode II.

Pour deux tubes échantillons, nous avons calculé les vraies valeurs qu'il convient de donner aux deux paramètres indéterminés, de façon à obtenir des résultats plus vraisemblables. Les tubes sont ainsi étalonnés, le tableau 38 rapporte quelques résultats.

n° du tube	n	air		CCl ₄		C ₆ H ₆	
		k'	tg δ	k'	tg δ	k'	tg δ
2	2	0,996	0,00048	2,178	0,0076	2,572	0,102
3	2	1,016	0,00047	2,242	0,0022	2,469	0,0049

Tableau : 38

4 - Conclusion.

Ces résultats montrent clairement que, pour les substances à très faibles pertes tels que l'air, le tétrachlorure de carbone ou le benzène, la méthode est peu précise en valeur absolue. Le volume de diélectrique est trop petit surtout s'il s'agit du tube N° 1. Pour les substances considérées, il est d'ailleurs plus simple de remplir totalement la cavité. L'usage du tube N° 1 est, par contre, recommandé pour les matériaux à fortes pertes, les tubes 2 et 3 étant alors inutilisables.

La méthode III permet de mesurer la constante diélectrique des matériaux quelconques : poudre, liquide ou gaz. Le dispositif retenu évite de nombreuses difficultés expérimentales. Pour un remplissage raisonnable, la précision estimée est comparable à celle des méthodes classiques. La majeure partie de cette erreur étant de nature systématique, elle s'élimine si l'on ne s'intéresse qu'aux variations des paramètres mesurés; la précision de mesure est alors voisine de celle des méthodes I et II.

CONCLUSION

Les résultats essentiels de ce travail peuvent être résumés comme suit :

1° - La mesure de la constante diélectrique complexe des matériaux solides à fréquence fixe, à l'aide d'une cavité résonnante, est très précise. Suivant que le matériau présente peu de perte ($\operatorname{tg} \delta \leq 0,0080$ pour $k' = 3$) ou davantage ($0,01 \leq \operatorname{tg} \delta \leq 0,1$) la méthode I ou la méthode II est préférable. Pour la première, l'éprouvette est un disque, pour la seconde c'est une tige cylindrique.

La précision atteint alors $\pm 0,3 \%$ sur la partie réelle et $\pm 5 \%$, dans les meilleures conditions, pour la partie imaginaire.

2° - Cette précision correspond à une réduction dans le rapport de trois de l'incertitude donnée dans les études originales traitant de la méthode I. Elle correspond strictement à celle publiée par le "National Bureau of Standards" des Etats-Unis, en ce qui concerne la méthode II. Cet organisme dispose évidemment de moyens qui ne peuvent être comparés aux nôtres.

3° - Quant à la troisième méthode, si sa mise en oeuvre n'est pas nouvelle, sa théorie a été développée pour la première fois à notre connaissance en tenant compte de l'épaisseur réelle du tube. Les résultats expérimentaux obtenus soulignent d'ailleurs, les difficultés relatives à ce point puisqu'ils révèlent que la précision est limitée par la connaissance des caractéristiques électriques et géométriques du tube.

Toutefois, nous avons montré que si l'on s'intéresse uniquement aux variations de permittivité, la précision propre de mesure est équivalente à celle des méthodes I et II.

Ces résultats ont été obtenus par l'association à la cavité d'un dispositif permettant de repérer avec précision la position du piston et par l'exploitation des mesures sur un ordinateur. Il s'est révélé très important de stabiliser la température ambiante et la fréquence du klystron. Nous avons aussi été amenés à préciser divers réglages et à justifier quelques approximations.

NOTATIONS

Toutes les grandeurs sont exprimées dans le système d'unités M.K.S.A rationalisé, exceptées les longueurs

- a , b , c , d_n , e , l_0 mesurées en millimètres

- ΔL_0 et ΔL mesurées en microns.

I°) Notations communes aux méthodes I, II et III.

a = rayon de la cavité.

d_n = distance entre les résonances $T.E_{0ln}$ quand la cavité est vide et lorsqu'elle contient l'échantillon.

k = nombre d'onde relatif à la propagation des ondes $T.E_{01}$ dans un guide circulaire homogène.

k' = permittivité relative de la substance étudiée.

p , m , n = indices azimutal, radial et axial du mode de résonance.

r , ϕ , z = coordonnées cylindropolaires.

$\text{tg } \delta$ = facteur de perte de la substance étudiée.

L = longueur de résonance du résonateur vide.

L_0 = longueur de résonance du résonateur contenant l'échantillon.

Q = facteur de surtension du résonateur contenant l'échantillon.

Q_0 = facteur de surtension du résonateur vide.

ΔL (ou ΔL_n) = largeur (à 3 db) de la courbe de résonance (mode $T.E_{0ln}$) du résonateur contenant l'échantillon.

ΔL_0 (ou ΔL_{on}) = largeur (à 3 db) de la courbe de résonance (mode $T.E_{0ln}$) du résonateur vide.

β_0 = coefficient de propagation des ondes $T.E_{01}$ dans le guide circulaire vide. ($\beta_0 = \pi/l_0$).

ϵ_0 , μ_0 = permittivité et perméabilité du vide ou de l'air.
= fréquence angulaire.

2°) Notations particulières à la méthode I.

e = épaisseur du disque.

A, B = constantes.

β = coefficient de propagation des ondes $T.E_{01}$ dans la partie diélectrique $z \in (0, e)$.

$x = \beta e$.

$P = \sin^2 \beta_0 (L - e) / \sin \beta e$.

$R = \sin 2\beta_0 (L - e) / \beta_0$.

$S = \sin 2\beta e / \beta$.

3°) Notations particulières à la méthode II.

b = rayon de l'éprouvette.

$i = 1$ milieu intérieur (substance étudiée) $r \in (0, b)$.

$= 2$ milieu extérieur (l'air) $r \in (b, a)$.

k_1, k_2 = nombres d'onde relatifs aux milieux 1 et 2.

A, B, C = constantes.

β = coefficient de propagation des ondes $T.E_{01}$ dans le guide circulaire à 2 milieux coaxiaux.

$x = k_1 b$.

$y = k_2 a$.

$m = b/a$.

$F = Y_1(y) J_0(my) - J_1(y) Y_0(my)$.

$G = Y_1(y) J_1(my) - J_1(y) Y_1(my)$.

$T = x^2 G^2 - 2myFG + m^2 y^2 F^2$.

$S = (1/y^2) \left[(4x^2/\pi^2) - myF(x^2 - m^2 y^2) (myF - 2G) \right]$

4°) Notations particulières à la méthode III.

b = rayon extérieur du tube de quartz.

c = rayon intérieur du tube de quartz.

$i = 1$ milieu extérieur (l'air) $r \in (b, a)$.

$= 2$ milieu intermédiaire (tube de quartz) $r \in (c, b)$.

$= 3$ milieu intérieur (substance étudiée) $r \in (0, c)$.

k_1, k_2, k_3 = nombres d'onde relatifs aux milieux 1, 2, 3
respectivement.

A, B, C, D, E = constantes.

β = même signification que méthode II.

$$x = k_3 c.$$

$$u = k_1 a.$$

$$v = k_2 b.$$

$$\mu = k_1 b. \quad m = b/a.$$

$$nv = k_2 c. \quad n = c/b.$$

$$P = J_1(u) Y_1(\mu) - J_1(\mu) Y_1(u)$$

$$Q = J_1(u) Y_0(\mu) - J_0(\mu) Y_1(u)$$

$$R = J_0(u) Y_1(\mu) - J_1(\mu) Y_0(u)$$

$$S = J_0(u) Y_0(\mu) - J_0(\mu) Y_0(u)$$

$$T = J_1(v) Y_1(nv) - J_1(nv) Y_1(v)$$

$$V = J_1(v) Y_0(nv) - J_0(nv) Y_1(v)$$

$$W = J_0(v) Y_1(nv) - J_1(nv) Y_0(v)$$

$$X = J_0(v) Y_0(nv) - J_0(nv) Y_0(v)$$

$$Z_0(v) = (\pi nv/2) [J_0(x)W - (nv/x) J_1(x)X]$$

$$Z_1(v) = (\pi nv/2) [J_0(x)T - (nv/x) J_1(x)V]$$

$$Z_0(u) = (\pi \mu/2) [Z_0(v)R - (\mu/v) Z_1(v)S]$$

$$M_1 = a^2 \left[Z_0^2(u) \right] - b^2 \left[(\mu/v)^2 Z_1^2(v) - (2/v) Z_1(v) Z_0(v) + Z_0^2(v) \right]$$

$$M_2 = b^2 \left[Z_1^2(v) - (2/v) Z_1(v) Z_0(v) + Z_0^2(v) \right] \\ - c^2 \left[(nv/x)^2 J_1^2(x) - (2/x) J_1(x) J_0(x) + J_0^2(x) \right]$$

$$M_3 = c^2 \left[J_1^2(x) - (2/x) J_1(x) J_0(x) + J_0^2(x) \right]$$

BIBLIOGRAPHIE

- (1) J. Barriol - Les moments dipolaires - Gauthier-Villars (1957)
- (2) M. Felden - Thèses - Nancy (1959)
- (3) B. Deviot - Thèses - Nancy (1962)
- (4) J.L. Rivail - Thèses - Nancy (1964)
- (5) G. Montgomery - Technique of microwave measurements - Mc Graw Hill (1947) - Chapitre 10
- (6) A.F. Harvey - Microwave Engineering - Academic Press (1963) - Chapitre 6
- (7) B. Bleaney - J.H.N. Loubser et R.P. Penrose - Proc. Phys. Soc. 59 (1947) p. 185 et 194.
- (8) G. Birnbaum - S.J. Kryder - H. Lyons - J. Appl. Phys. 22 N° 1 (1951)
- (9) R.P. Penrose - Trans. Farad. Soc. Vol. 42A (1946) p. 108
- (10) G. Goudet - P. Chavance - Ondes centimétriques - Ets Chiron (1955)
- (11) F.E. BORGNIS - C.H.PAPAS - Handbuch der Physik - Springer (1958)
- (12) C. Crain - U. Williams - Electronics 29 - N° 12 (1956) p. 150
- Rev. Sci. Instrum. 28 - N° 8 (1957)p. 620
- (13) A. Gozzini - A. Battaglia - G. Boudouris - D. Ilias - F. Bruin - Onde Electr. 38 - N° 376 ter (1958) p.430
- (14) G. Boudouris - Ann. Télécom. 19 N° 3-4 (1964) p. 63
- (15) J.K. Sinha - P.I.E.E. Monograph N° 38I E (1960)
- (16) J.K. Sinha - J. Brown - P.I.E.E. 107 - B N° 36 (1960) p. 522
- (17) P.M. Bruma - Thèses - Paris (1952)
- (18) J. Lamb - J.I.E.E. 93 Part III A (1946) p. 1447
- (19) J.G. Wilson -^{CW}. Schramm - J.P. Kinzer - Bell. Syst. Techn. J.95 N° 3 (1946) p. 408
- (20) L. Grifone - Alta Fréq. Ital. 26 N° 6 (1957) p. 580
- (21) Lin Weiguan - Sci. Snica 8 N° 6 (1959) p. 650
- (22) G. Roussy - M. Felden - J. Phys. Rad. - à paraître (1965)
- (23) E. Argence - Th. Kahan - Théorie des Guides et des Cavités électromagnétiques - Dunod (1964) p. 394
- (24) F. Horner - T.A. Taylor - R. Dunsmuir - J. Lamb - W. Jackson - J.I.E.E. 93 Part.III N° 21 (1946) p. 53

- (25) H.E. Bussey - Insulation U.S.A. nov (1959)
- (26) G. Roussy - Ann. Télécom. 19 N° 5 - 6 (1964) p.121
- (27) G. Roussy - M. Felden - I.E.E.E. M.T.T. - à paraître (1965)
- (28) O. Robaux - Thèses - Nancy (1964)
- (29) A.M. Rouquié et J.P. Rouquié - Electronique industrielle 67.317(1963)
- (30) R.V. Pound - Proc. I.R.E. 35 - 12 (1947) P. 1405
- (31) E.L. Gintzon - Microwave measurements - Mc Graw Hill (1957) p.113
et p.142
- (32) A. Von Hippel - Dielectrics and Waves - John Wiley Inc (1954)
Dielectric Materials and Applications - John Wiley
Inc (1954)
- (33) G.B. Walker-S.P. Luthra - P.I.E.E.E. part. B 109 N° 23 (1962)p. 651
- (34) E.S. Hotston - J. Sci. Instrum. 38 N° 4 (1961) p. 130
- (35) H.E. Bussey - J.E. Gray - I.R.E. Trans. Instrum. Dec. (1962)p. 162
- (36) A.J. Estin - H.E. Bussey - I.R.E. M.T.T. - Nov. (1960) p. 650
- (37) C.H. Collie - J.B. Hasted - D.M. Ritson - Proc. Phys. Soc. 60
Part 1 N° 337 (1948) p.145 et p 71

Deuxième Thèse : Proposition donnée par la Faculté :
Génération d'ondes électromagnétiques par un plasma.

Vu et approuvé
Nancy, le 13 Janvier 1965.
Le Doyen de la Faculté
des Sciences de Nancy

J. AUBRY.

Vu et Permis d'imprimer
Nancy, le 15 Janvier 1965.
Le Recteur
Président du Conseil
de l'Université

P. IMBS.

